

XIX Olimpiada Matemática 2020 "GAUSS" Nivel 2
Responsable Ing. Vidal Matias Marca

1. Solución.-

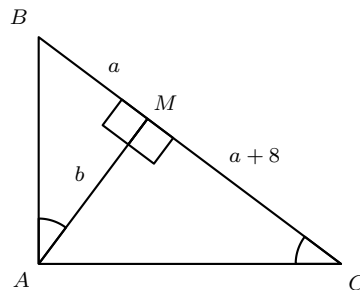
Tenemos que:

$$\begin{aligned}
 &5^{14} - 30 + 5^{13} \\
 &5^{14} - 6 \cdot 5 + 5^{13} \\
 &5^{13} \cdot (5 + 1) - 6 \cdot 5 \\
 &5^{13} \cdot 6 - 6 \cdot 5 \\
 &6 \cdot 5 \cdot (5^{12} - 1) \\
 &2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (5^{12} - 1) \\
 &2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (5^6 - 1) \cdot (5^6 + 1) \\
 &2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (5^3 - 1) \cdot (5^3 + 1) \cdot (5^6 + 1) \\
 &2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \underbrace{124}_{2 \cdot 2 \cdot 31} \cdot \underbrace{126}_{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7} \cdot \underbrace{15626}_{2 \cdot 13 \cdot 601}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, se tiene que: hay 7 números primos distintos

2. Solución.-

Realizando un gráfico del problema:



De donde tenemos lo siguiente:

$$\frac{5}{3} = \frac{a+8}{b} = \frac{b}{a}$$

De donde obtenemos:

$$b = \frac{5}{3}a ; a + 8 = \frac{5}{3}b$$

Relacionando ambas ecuaciones tenemos: $2a = 9$.

Por lo tanto, la longitud de la hipotenusa es: $2a + 8 = 17$.

3. Solución.-

Tenemos que la palabra COCHABAMBA, tiene 6 letras diferentes.

Por lo tanto, se pueden formar: $(6^{10} - 1)$ palabras.

4. Solución.-

Realizamos el siguiente análisis:

Hora	2020 focos										
1	●	○	○	○	○	...	○	○	○	○	○
2	○	●	○	○	○	...	○	○	○	○	○
3	●	○	●	○	○	...	○	○	○	○	○
4	○	●	○	●	○	...	○	○	○	○	○
⋮						⋮					
2020	○	●	○	●	○	...	●	○	●	○	●

Por lo tanto, después de 2020 horas hay 1010 focos prendidos