

XIX OLIMPIADA DE MATEMÁTICA "GAUSS" NIVEL 3
Virtual

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s):

Colegio/ N° telefónico domicilio:

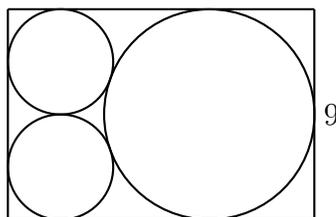
Nota: Por favor escribe todos tus desarrollos y cálculos en una hoja blanca. Debes entregar escaneado tus hojas de desarrollo, justifique sus respuestas.

1. Se tiene el siguiente número

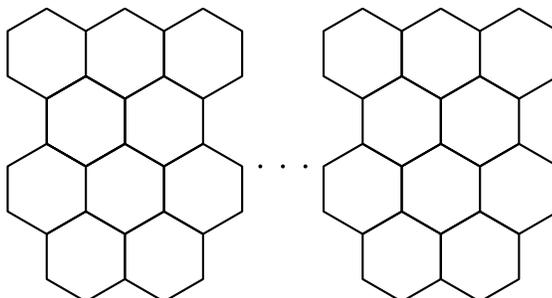
$$M10M10M10M \dots 10M10M10M$$

este número tiene 2020 dígitos, determine los valores del dígito M tal que dicho número sea divisible por 3.

2. En un rectángulo, el alto mide 9. Las dos circunferencias pequeñas tienen el mismo radio, cada una de las tres circunferencias es tangente a las otras dos y a los respectivos lados del rectángulo (ver figura), ¿cuánto vale el largo del rectángulo?



3. ¿Cuántos enteros positivos menores a 300000 de 6 dígitos hay que tienen los dígitos 5, 6 y 7 uno al lado del otro y en ese orden?
4. Con varitas de metal se construyó una red de 2022 hexágonos como se muestra en la figura. ¿Cuántas varitas se usaron en toda la red?



XIX Olimpiada Matemática 2020 "GAUSS" Nivel 3
Responsable Ing. Vidal Matias Marca

1. Solución.-

Tenemos que:

$$\underbrace{M10}_3 \underbrace{M10}_3 \cdots \underbrace{M10}_3 M$$

de donde: $3x + 1 = 2020$, entonces se tiene: $x = 673$ bloques de $M10$.

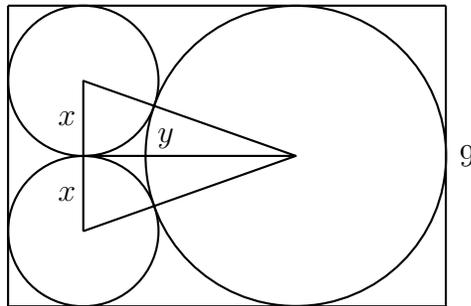
Ahora:

$$(1 + 673) \cdot M + 673 = 674 \cdot M + 673 \quad (\text{debe ser divisible entre } 3)$$

Por lo tanto, M puede tomar los valores de: 1, 4, 7

2. Solución.-

Realizando un gráfico del problema:



De donde tenemos lo siguiente: $4x = 9$ de donde: $x = \frac{9}{4}$

También tenemos:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 \\ x^2 + y^2 &= x^2 + 9x + \frac{81}{4} \\ y^2 &= \frac{81}{2} \\ y &= \frac{9}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el largo del rectángulo mide: $\frac{9}{4} + \frac{9}{\sqrt{2}} + \frac{9}{2}$

3. Solución.-

4. Solución.-

Observando la gráfica notamos que:

- 2 franjas con 506 hexágonos
- 2 franjas con 505 hexágonos

en total tenemos $2022 \times 6 = 12132$ varitas de metal, pero existen algunas varitas que se repiten los cuales son:

$$2 \cdot 505 = 1010$$

$$2 \cdot 504 = 1008$$

$$4 \cdot 505 = 2020$$

$$2 \cdot 505 = 1010$$

Por lo tanto, las varitas de metal usadas son: $12132 - 5048 = 7084$