XIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA EULER 2020
3ro. de secundaria
Responsable Ing. Vidal Matias Marca

1. Solución.-
   Si denotamos por $a_1, a_2, ..., a_{100}$ los 100 números ordenados, entonces tenemos:

$$\begin{aligned}
&a_1\\
&a_2 = a_1 + r\\
&a_3 = a_2 + r = a_1 + 2r\\
&a_4 = a_3 + r = a_1 + 3r\\
&\vdots\\
&a_{99} = a_{98} + r = a_1 + 98r\\
&a_{100} = a_{99} + r = a_1 + 99r
\end{aligned}$$

   La condición sobre la suma de los términos se traduce en:

$$100a_1 + 4950r = 52$$

   y la condición sobre suma de los términos pares se traduce en:

$$50a_1 + 2500r = 1$$

   De estas dos ecuaciones se deduce que $a_1 = \dfrac{2501}{50}$, $r = -1$

2. Solución.-
   Planteamos $a = 3k$, $b = 3(k+1)$, $c = 3(k+2)$ los numeros consecutivos y multiplos de 3.
   Como $a + b + c = 117$, se concluye que $a = 36$, $b = 39$ y $c = 42$
   Finalmente se tiene:

$$\begin{aligned}
E &= \frac{(36+3)\cdot(39-3)}{36\cdot 39} + \frac{36-42}{39-42}\\
E &= 1 + \frac{6}{3}\\
E &= 3
\end{aligned}$$

3. Solución.-
   Analizamos de la siguiente manera:

Altura de las lineas	número de lineas
1	$3 + 4 \times 0 = 3$
2	$3 + 4 \times 1 = 7$
3	$3 + 4 \times 2 = 11$
4	$3 + 4 \times 3 = 15$
$\vdots$	$\vdots$
2020	$3 + 4 \times 2019 = 8079$

   Finalmente se tiene que el número de lineas en el lugar 2020 es: 8079

4. <u>Solución</u>.-
   Tenemos que área del hexágono es:

$$A_H = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{3}{\tan(30^\circ)}$$
$$A_H = 24\sqrt{3}$$

   Ahora el área de la semicircunferencia es:

$$A_C = \frac{1}{2} \times \pi \times 2^2$$
$$A_C = 2\pi$$

   Finalmente el área sombreada de la figura será:

$$A = 24\sqrt{3} - 6\pi$$