

XXX OLIMPIADA DEPARTAMENTAL DE MATEMÁTICA - 2015 VIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICAS "EULER" -2015 6to. de SECUNDARIA

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

Colegio/ Num. telefónico domicilio

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, dejando un espacio en blanco como separación entre nombre(s) y apellidos. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas, respuestas sin procedimiento serán **anuladas**. adjunte al examen su(s) hoja(s) de procedimiento. Prohibido copiar

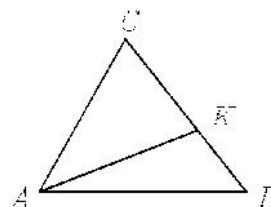
1. Determine todas las soluciones reales del sistema:

$$\begin{cases} x + \log_{10}(x) = y - 1 \\ y + \log_{10}(y - 1) = z - 1 \\ z + \log_{10}(z - 2) = x + 2 \end{cases}$$

2. La tabla de Sundaram consiste de la siguiente tabla infinita de enteros positivos, figura 1:

4	7	10	13	...
7	12	17	22	...
10	17	24	31	...
13	22	31	40	...
...

Figura1



Los números en cada fila y columna están en progresión aritmética, los primeros cuatro números con que empiezan cada fila y cada columna están indicados en la tabla. Se pide:

- (a) determine el número en la fila 2015 y columna 2014.
 - (b) determine una fórmula para el número en la fila r -ésima y columna c -ésima
3. En la figura 2, se tiene $2\angle BAC = 3\angle ABC$ y K es un punto de BC tal que $\angle KAC = 2\angle KAB$. Supongamos que $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $AK = d$ y $BK = x$, se pide:

- (a) Probar que $d = \frac{bc}{a}$ y $x = \frac{a^2 - b^2}{a}$
- (b) Probar que $(a^2 - b^2)(a^2 - b^2 + ac) = b^2c^2$

4. Un helicóptero (figura 3) vuela a altura constante de 222m y a velocidad constante en dirección a una cabra la cual no se mueve. En cierto instante el ángulo de elevación del helicóptero es de 6 grados y un minuto después el nuevo ángulo de elevación es 75 grados. Si el helicóptero no ha pasado a la cabra, como se muestra en la figura, halle la velocidad del helicóptero. Nota use: $\tan 6^\circ = 0.1$ y $\tan 75^\circ = 3.7$

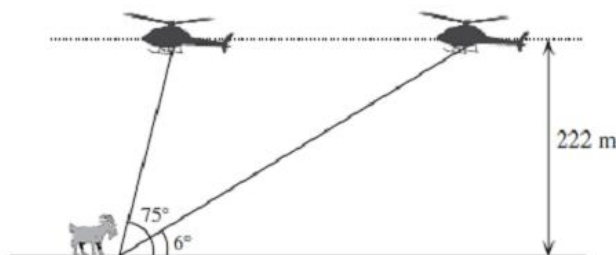


Figura 3

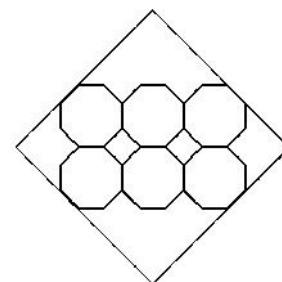


Figura 4

5. Seis octógonos regulares de lado 2 se disponen en un arreglo de dos por tres y se inscriben en un cuadrado como en la figura 4. Hallar el área del cuadrado.

