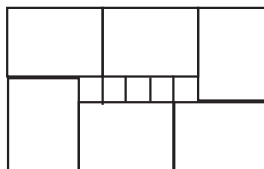


**VI OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS DE GALOIS**  
**1<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**  
**17 de octubre 2015**

1. Un Lechero quiso repartir a dos personas, en partes iguales, una jarra con 8 litros de leche, pero al intentar hacer las medidas se vio con el problema de que solamente disponía, aparte de la jarra de 8 litros, de dos jarras con capacidades de 3 y de 5 litros. Dijo: “no importa usando adecuadamente las jarras, pondré darle a cada uno 4 litros” ¿Como lo va hacer ?
2. Un número es suertudo si al sumar los cuadrados de sus cifras y repetir esta operación suficientes veces obtenemos el número 1. Por ejemplo, 1900 es suertudo, ya que:  
 $1900 \rightarrow 1^2 + 9^2 + 0 + 0 = 82 \rightarrow 8^2 + 2^2 = 68 \rightarrow 6^2 + 8^2 = 100 \rightarrow 1$ .  
Encuentra la mayor cantidad de surtidos que puedas de dos cifras.
3. A partir de 6 rectángulos y cinco cuadrados iguales se forma un rectángulo de perímetro 324 cm. como en la figura. Determinar su área del rectángulo construido



4. ¿Cuántos números de dos cifras son divisibles por 2 y también por 7?

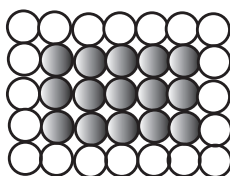
**VI OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS DE GALOIS**  
**2<sup>do</sup> DE SECUNDARIA**  
**17 de octubre 2015**

1. Se han colocado los números del 1 al 34811 de forma consecutiva uno al lado del otro sin dejar espacios

1234567891011121314...0

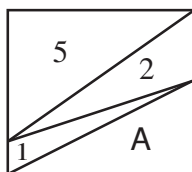
Determinar las veces que aparece exactamente la secuencia de dígitos 2345.

2. La calculadora de Moises se arruinó pero no completamente. No salía el dígito 9 en los resultados. Por ejemplo, al multiplicar los números 23 y 33, el resultado que debía ser 759 aparecía en la pantalla como 75. Necesitaba sacar la suma de dos números y la calculadora le dio como resultado 1. Los números que sumó eran de tres cifras cada uno. El primer número acababa en 10, y del segundo número no sabemos nada. Hacer una lista de todos los posibles números que utilizó en la suma.
3. Me regalaron un tapete mejicano con la forma rectangular. Hay 20 círculos blancos y 15 rojos



¿Me pregunto si sería posible construir un tapete con esta forma donde el número de círculos rojos y blancos sean iguales?

4. El cuadrado de abajo está dividido en cuatro triángulos. Tres de ellos tienen área 5, 2 y 1, tal como se indica, averigüe el área de  $A$ .



**VI OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS DE GALOIS**  
**3<sup>ro</sup> DE SECUNDARIA**  
**17 de octubre 2015**

1. En un número de tres cifras, la suma de las mismas es 18. La cifra de las unidades es el doble de las decenas. Por último, la diferencia que se obtiene restando el número dado y el formado al invertir el orden de sus cifras es 297. ¿Cuál es el número inicial?
2. En la figura se muestra un cuadrado  $ABCD$  de lado igual a uno. Si el triángulo de vértices  $CMN$  es un triángulo equilátero que se traza en el interior del cuadrado como se especifica en la Figura 1, ¿Cuánto vale el área de dicho triángulo?

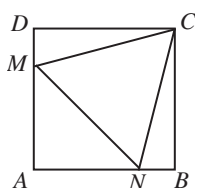


Figura 1

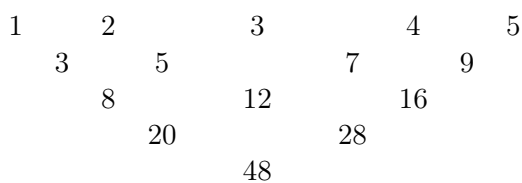


Figura2

3. Se construye un triángulo como el de la Figura2 (en el cual se empieza por 1 y termina en 5 ), pero empezando con los números del 1 al 19. Cada número (excepto los del primer renglón) es la suma de los dos números arriba de él. ¿Cuál es el número que ocupa el vértice inferior del triángulo?
4. Se construye la siguiente sucesión de números:

$$\begin{aligned} a_1 &= 2223 \\ a_2 &= 22233222 \\ a_3 &= 2223322222233222 \\ a_4 &= 22233222222332222223322222233222 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Donde cada número de la sucesión a partir del segundo se construye tomando el número inmediato anterior y poniendo a continuación este número “reflejado”. ¿Cuál es la suma de todos los dígitos de  $a_{2015}$ ?

**VI OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS DE GALOIS**  
**4<sup>TO</sup> DE SECUNDARIA**  
**17 de octubre 2015**

1. Se va formando un número muy complicado tomando como base 2 y obteniendo la potencia 1. De este resultado se obtiene ahora la potencia 2. Del nuevo resultado se obtiene la potencia 3. Y así se continúa con cada potencia del resultado anterior hasta sacar la potencia 2015

$$(((2^1)^2)^3 \dots)^{2015}$$

Es un número grande y difícil de calcular en su representación decimal. Sin embargo, es fácil calcular cuánto vale la cifra de las unidades. Determinarla.

2. En un número de tres cifras, la suma de las mismas es 18. La cifra de las unidades es el doble de las decenas. Por último, la diferencia que se obtiene restando el número dado y el formado al invertir el orden de sus cifras es 297. ¿Cuál es el número inicial?
3. Se construye la siguiente sucesión de números:

$$\begin{aligned}a_1 &= 2223 \\a_2 &= 22233222 \\a_3 &= 222332222233222 \\a_4 &= 222332222223322222332222233222 \\&\vdots\end{aligned}$$

Donde cada número de la sucesión a partir del segundo se construye tomando el número inmediato anterior y poniendo a continuación este número “reflejado”. ¿Cuál es la suma de todos los dígitos de  $a_{2015}$ ?

4. La siguiente expresión

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{1 + 2010\sqrt{1 + 2011\sqrt{1 + 2012\sqrt{1 + 2013 \times 2015}}}}}}}$$

es un número entero, halle el mismo. (Sugerencia: estudie la expresión  $1 + n(n + 2)$ )

**VI OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS DE GALOIS**  
**5<sup>TO</sup> DE SECUNDARIA**  
**17 de octubre 2015**

1. Hallar la cifra de centenas en el siguiente número:

$$7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777 \dots 7}_{2015 \text{ veces}}$$

2. ¿Cuál de los siguiente números es el más grande?

$$2^2, 4^{15}, 8^{11}, 12^8 \text{ y } 32^6$$

3. Si los números naturales son colocados en columnas como se muestra en la siguiente tabla, ¿debajo de que letra aparecerá el número 2015?

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		2		3		4		5
	9		8		7		6	
10		11		12		13		14
	18		17		16		15	
19		20		21		...		...

4. En la Figura 1,  $ABCD$  es un cuadrado y  $OBC$  es un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide el ángulo  $OAC$ ?

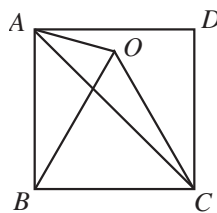


Figura 1

**VI OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS DE GALOIS**  
**6<sup>TO</sup> DE SECUNDARIA**  
**17 de octubre 2015**

1. En la Figura 1,  $ABCD$  es un cuadrado y  $OBC$  es un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide el ángulo  $OAC$ ?

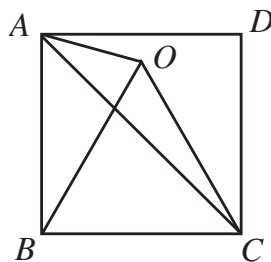


Figura 1

2. Se escriben en sucesión todos los números del 1 al 200, en orden, uno a continuación del otro, para formar un número muy grande que llamaremos  $G$  (es decir  $G = 1234567891011 \dots 199200$ ) ¿Cuál es la cifra central de  $G$ ?
3. Demostrar que si  $a$  y  $b$  son dos lados de un triángulo,  $\alpha$  es el ángulo entre estos y  $\ell$ , la bisectriz de este ángulo, entonces
- $$\ell = \frac{2ab}{a+b} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
4. Hallar el número de enteros mayores que 10 y menores que 100 que aumentan en nueve unidades cuando se intercambian sus cifra