UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON

Facultad de Ciencias y Tecnología_★ Departamento de Matemáticas ★_Fecha: 14 de noviembre de 2015

XXIX OLIMPIADA DEPARTAMENTAL DE MATEMÁTICA - 2015
VII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICAS "EULER" -2015

1ro. de SECUNDARIA

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

Colegio/ Num. telefónico domicilio

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayusculas, dejando un espacio en blanco como separación entre nombre(s) y apellidos. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas, respuestas sin procedimiento serán anuladas. adjunte al examen su(s) hoja(s) de procedi_ miento. Prohibido copiar

1. En la siguiente sucesión, cada figura se forma aumentando cuatro cuadrados a la figura anterior, ¿cuántos cuadrados tiene la figura 2015?

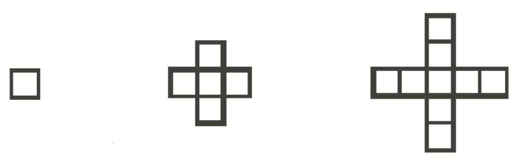

Figura 1 Figura 2 Figura 3

2. Halle todos los números de 3 cifras abc tal que el número de 6 cifras $579abc$ sea divisible por $5, 7$ y 9.
3. Encuentre la suma de los dígitos del número $5^{2010} \cdot 16^{502}$.
4. Letras diferentes representan dígitos diferentes no nulos, tal que se cumpla la siguiente suma

$$\begin{array}{cccc} & X & X & X \\ & Y & Y & Y \\ + & Z & Z & Z \\ \hline Z & Y & Y & X \end{array}$$

   halle el valor de la suma, es decir $ZYYX$

5. Se tiene una sucesión de números formada como sigue:

   234252342423423234222342 1...

   hasta escribir en total 2015 cifras. ¿que dígito es el de lugar 2015?

SOLUCIONES XXX OLIMPIADA DEPARTAMENTAL DE MATEMÁTICA
VIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICAS "EULER" -2015
Nivel 1 Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. En la siguiente sucesión, cada figura se forma aumentando cuatro cuadrados a la figura anterior, ¿cuántos cuadrados tiene la figura 2015?

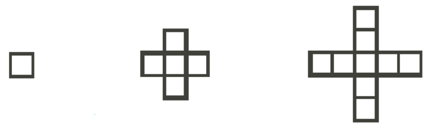

Figura 1 Figura 2 Figura 3

Solución:

Número de figura	Numéro de cuadrados
1	1
2	$1+4$
3	$1+4+4=1+4\cdot 2$
4	$1+4+4+4=1+4\cdot 3$
$\vdots$	$\vdots$
2015	$1+4\cdot 2014=8057$

entonces la figura 2015 tiene 8057 cuadrados.

2. Halle todos los números de 3 cifras abc tal que el número de 6 cifras $579abc$ sea divisible por $5, 7$ y 9.

Solución:

Estudiemos los múltiplos de $5, 7$ y 9 es decir $315a$, con $a > 1838$, pues el menor número del tipo dado es 579000 y dividiendo por 315 tenemos

$$\begin{array}{r|l} 579000 & 315 \\ \hline \text{-30-} & 1838 \end{array}$$

entonces con $a = 1839$ tenemos $315 \times 1839 = 579\,285$, con $a = 1840$ tenemos $315 \times 1840 = 579\,600$ y finalmente con $a = 1841$ tenemos $315 \times 1841 = 579915$. Hay tres posibilidades $abc = 285$, $abc = 600$ y $abc = 915$. Observe que para múltiplos mayores que 1841 los números resultantes no tiene la forma requerida es decir $579abc$.

3. Encuentre la suma de los dígitos del número $5^{2010} \cdot 16^{502}$.

Solución:

$$5^{2010} \cdot 16^{502} = (5 \cdot 2)^{2008}\, 5^2 = 10^{2008} \cdot 25 = 25\underbrace{000 \cdots 0}_{2008}$$

entonces la suma de los dígitos del número es 7

4. Letras diferentes representan dígitos diferentes no nulos, tal que se cumpla la siguiente suma

$$\begin{array}{r} X\ X\ X \\ Y\ Y\ Y \\ +\ Z\ Z\ Z \\ \hline Z\ Y\ Y\ X \end{array}$$

halle el valor de la suma, es decir $ZYYX$

Solución:

$888 + 999 + 111 = 1998$ de donde $ZYYX = 1998$

5. Se tiene una sucesión de números formada como sigue:

$$23425234242342323422223421...$$

hasta escribir en total 2015 cifras. ¿que dígito es el de lugar 2015?

Solución:

Como se ve estos números van en bloques de 5, sea x el número de bloques hasta lograr los 2015 dígitos, entonces $x = \frac{2015}{5} = 403$ así el último bloque será $23425 - 403 + 1 = 23023$ de manera que el dígito de lugar 2015 es 3.