

Facultad de Ciencias y Tecnología\_ ▼ Departamento de Matemáticas ▼\_Fecha: 26 de septiembre de 2015

1<sup>ro</sup> de secundaria

[illegible][illegible]

1. ¿Cuántos números primos de dos cifras existen cuando sus cifras también son números primos? (por ejemplo 73 es uno de estos números, pero 31 no, pues 1 no es número primo)
2. ¿Cuántos números naturales menores que mil millones (es decir menores que  $10^9$ ) son divisibles por 9 y tienen todas sus cifras iguales?
3. Palitos de fósforo se usan para construir las siguientes figuras



4. Cada fila empieza con 1 y termina con 2, los números que no son 1 ni 2 son suma de dos inmediatos anteriores uno izquierdo y el otro derecho, por ejemplo en la quinta fila el 14 es suma de 5 y 9 de la cuarta fila. Si continuamos este esquema de números halle, la suma de todos los números que aparecen en la fila décimo tercera.

$$\begin{array}{cccccccc}
& & & 1 & & 2 & & \\
& & & 1 & & 3 & & 2 \\
& & 1 & & 4 & & 5 & & 2 \\
& & 1 & & 5 & & 9 & & 7 & & 2 \\
1 & & 6 & & 14 & & 16 & & 9 & & 2 \\
: & & : & & : & & : & & : & & 
\end{array}$$


Soluciones XIII Olimpiada Matemática GAUSS - 2014, nivel 2  
Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. Los números primos buscados son: 23, 37, 53, 57 y 73

2. Hay 21 números los cuales son:

9	99	333	9999	99999	333333	9999999	99999999	111111111
		666			666666			222222222
		99			999999			333333333
								444444444
								555555555
								666666666
								777777777
								888888888
								999999999

3. Vamos a sumar los palitos horizontales y los verticales y tenemos

de 1x10	$31 = 10 \times 2 + 11$
de 2x10	$52 = 10 \times 3 + 11 \times 2$
de 3x10	$73 = 10 \times 4 + 11 \times 3$
de 4x10	$94 = 10 \times 5 + 11 \times 4$
$\vdots$	$\vdots$
de 43x10	$913 = 10 \times 44 + 11 \times 43$

4. Veamos las sumas por cada fila

1ra. fila	$1 + 2 = 1 + 2$
2da. fila	$1 + (1 + 2) + 2 = 2 \times 1 + 2 \times 2 = 2 \times 3$
3ra. fila	$1 + (1 + 1 + 2) + (1 + 2 + 2) + 2 = 4 \times 1 + 4 \times 2 = 2^2 \times 3$
4ta. fila	$1 + (1 + 1 + 1 + 2) + (1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 2) + (1 + 2 + 2 + 2) + 2 = 8 \times 1 + 8 \times 2 = 2^3 \times 3$
5ta. fila	$1 + (1 + 1 + 1 + 1 + 2) + (1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 2) +$ $(1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2) + (1 + 2 + 2 + 2 + 2) + 2 = 16 \times 1 + 16 \times 2 = 2^4 \times 3$
$\vdots$	$\vdots$
13ava. fila	$2^{12} \times 3 = 12\,288$

