

XXXIX OLIMPIADA DEPARTAMENTAL DE MATEMÁTICA  
XVII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA EULER 2024  
4<sup>to</sup> DE SECUNDARIA

Donde se puede observar seis rectángulos, la suma de los perímetros de cada uno de ellos es 138 y la suma de cada una de sus áreas es 198. Determinar el valor de  $x$

**XXXIX olimpiada departamental de matemática 2024**  
**Cuarto de secundaria**  
**Responsable Ing. Vidal Matias Marca**

1. Reescribiendo la expresión

$$\sqrt{4 + \frac{3\sqrt{7}}{2}} + \sqrt{4 - \frac{3\sqrt{7}}{2}}$$

se tiene

$$\sqrt{\frac{16 + 2 \times 3\sqrt{7}}{4}} + \sqrt{\frac{16 - 2 \times 3\sqrt{7}}{4}}$$

o bien

$$\sqrt{\frac{9 + 2 \times 3\sqrt{7} + 7}{4}} + \sqrt{\frac{9 - 2 \times 3\sqrt{7} + 7}{4}}$$

de donde se obtiene

$$\frac{3 + \sqrt{7}}{2} + \frac{3 - \sqrt{7}}{2}$$

Por lo tanto, el valor de la expresión es:  $3$

2. Se tiene que

$$20241109 = 7 \times 31 \times 37 \times 2521$$

de donde se observa que los dos números con el 1 en el dígito de las unidades son

$$31 \quad ; \quad 2521$$

y el número múltiplo de 7 sería  $7 \times 37 = 259$

Por lo tanto la suma de los tres números es:  $259 + 31 + 2521 = 2811$

3. Reescribiendo la ecuación

$$x^2 = 13 \left( x - \frac{1}{13} \right)$$

se tiene

$$x + \frac{1}{x} = 13$$

elevando al cuadrado tenemos

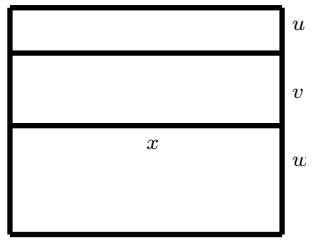
$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 13^2 - 2$$

realizando nuevamente el procedimiento

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = (13^2 - 2)^2 - 2$$

Por lo tanto, el valor es:  $27887$

4. Sea la figura



de donde tenemos

$$x(3u + 4v + 3w) = 198$$

y

$$2(6x + 3u + 4v + 3w) = 138$$

de los anteriores se obtiene la ecuación  $2x^2 - 23x + 66$

Por lo tanto, se tiene dos valores de  $x$ : 6 y  $\frac{11}{2}$