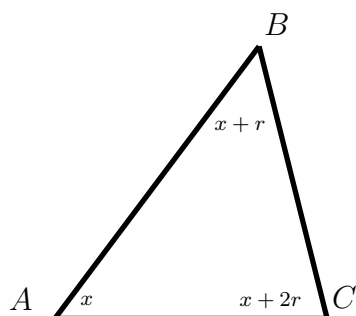


XVII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA EULER 2024
5^{to} DE SECUNDARIA

XVII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA EULER 2024

5to. de secundaria

Responsable Ing. Vidal Matias Marca

1. Sean x, y, z, u, v y w los números de cada cara, tal que las caras con los números

$$x, u \quad ; \quad y, v \quad ; \quad z, w$$

sean opuestas, entonces

$$xyw + xvw + xvz + xyz + uyz + uyw + uvw + uvz = 506$$

factorizando se obtiene

$$(x + u)(y + v)(z + w) = 506$$

por otro lado $506 = 2 \times 11 \times 23$, es decir que

$$x + u + y + v + z + w = 2 + 11 + 23 = 36$$

en algún orden, por lo tanto la suma de todos los números de las caras es: 36

2. La suma de todos los números comprendidos entre x y y es

$$S = 1999 = \frac{(y-1)y}{2} - \frac{x(x+1)}{2}$$

de donde se obtiene

$$(y+x)(y-x-1) = 2 \times 1999$$

Al ser 1999 un número primo, obtenemos que

$$y = 1001 \quad ; \quad x = 998$$

Por lo tanto se tiene un par de números: (998, 1001)

3. Se observa que el número de diecisiete cifras debe tener una de las dos formas siguientes

$$\boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2}$$

o

$$\boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{} \boxed{2} \boxed{}$$

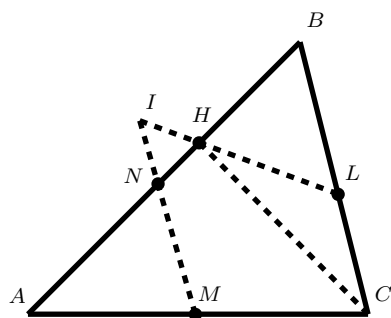
donde los cuadrado $\boxed{}$ debe ir 1 o 3, entonces se tiene para cada uno de los dos números de diecisiete cifras hay

$$2^8 \quad ; \quad 2^9$$

posibilidades, es decir $2^8 + 2^9 = 256 + 512 = 768$

Por lo tanto en total hay: 768 números de diecisiete cifras

4. Se tiene la figura



donde se observa que el ángulo en B interno del triángulo es $x + r = 60$

Al ser L el punto medio de BC , el triángulo HBL es equilátero, es decir sus ángulos internos son iguales y valen 60

De donde el ángulo $\angle BHL = \angle NHI = 60$

Por otro lado el $\angle ANM = \angle HBL$ por ser paralelo MN con BC , entonces $\angle ANM = \angle HBL = 60$

Por lo tanto el ángulo es: $\angle HIN = 60$