

XVII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA EULER 2024
1^{ra} DE SECUNDARIA

Donde se observa catorce cuadrados en total, tal que la suma de los perímetros de cada uno de ellos es 480. Determinar el área de un cuadrado (el más pequeño)

XVII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA EULER 2024

1ro. de secundaria

Responsable Ing. Vidal Matias Marca

1. Sea $9n$ un número cualquiera múltiplo de nueve, entonces

$$(9n - 1)(9n + 1) + 1$$

debe ser un múltiplo de 81, se tiene

$$(9n - 1)(9n + 1) + 1 \rightsquigarrow 81n^2 - 1 + 1 \rightsquigarrow 81n^2$$

de donde se sigue que

$(9n - 1)(9n + 1) + 1$ es múltiplo de 81

2. Se tiene que cuatro tienen 11 años, como doce es la edad mas común es de 12 años, es decir que mínimamente hay cinco con esa edad

se tiene las edades

$$11 ; 11 ; 11 ; 11 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15$$

de donde

$$P = \frac{11 + 11 + 11 + 11 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 13 + 14 + 15}{12}$$

Por lo tanto, el promedio es: $P = \frac{73}{6} \approx 12,16$

3. La suma de sus tres cifras de un número $\square\square\square$ sea 24, entonces

$\square 9 \square$ y los 969 ; 699

$\square 8 \square$ y los 978 ; 897 ; 879 ; 798 ; 789

$\square 8 \square$

de donde se tiene 10 números **2024**

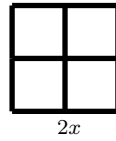
4. Sea x el lado del cuadrado más pequeño, hay 9 de estos cuadrados



entonces el perímetro de los nueve es

$$9 \times 4(x)$$

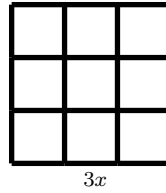
hay 4 cuadrados de lado $2x$



entonces su perímetro es

$$4 \times 4(2x)$$

hay un cuadrado de lado $3x$



entonces su perímetro es

$$1 \times 4(3x)$$

de donde

$$36x + 32x + 12x = 480$$

se obtiene que el lado del cuadrado más pequeño es 6

Por lo tanto el área de un cuadrado pequeño es: $6 \times 6 = 36$