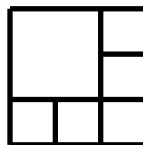


XVII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA EULER 2024
3^{ro} DE SECUNDARIA

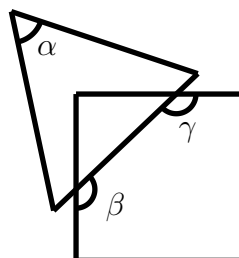
Colegio/ N° telefónico domicilio:

1. Se tienen los números 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16. Existe la posibilidad de eliminar cuatro números tal que al multiplicar dos números de los que quedan no sea un cuadrado de un número entero?. ¿Por qué?
2. Javier obtuvo el 85 % de puntos en un examen y Miriam el 90 % de los puntos. Si se sabe que Miriam solo tuvo un punto mas que Javier. Determinar los puntajes de Javier y Miriam en el examen
3. Se tiene la siguiente figura



NOTA: No se consideran casillas vecinas si sólo comparten una esquina.

4. Determinar la suma de los ángulos $\alpha + \beta + \gamma$ de la siguiente figura.



Donde se tiene un cuadrado y un triángulo equilátero

XVII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA EULER 2024

3ro. de secundaria

Responsable Ing. Vidal Matias Marca

1. Se observa que los números

$$1 \quad ; \quad 4 \quad ; \quad 9 \quad ; \quad 16$$

son cuadrados perfectos de algún número, entonces al multiplicar dos de ellos se obtiene otro número cuadrado perfecto, es decir debemos eliminar al menos 3 de ellos

Por otro lado tenemos

$$2 \times 8 = 16 \quad ; \quad 3 \times 12 = 36$$

es decir debemos eliminar 2 más

Por lo tanto, hasta aquí al menos debemos eliminar cinco de los números: NO existe la posibilidad

2. Sea z el puntaje total de examen, entonces cada uno tiene

$$J = \frac{z \times 85}{100} \quad ; \quad M = \frac{z \times 90}{100}$$

de donde

$$\frac{z \times 85}{100} + 1 = \frac{z \times 90}{100}$$

entonces $z = 20$

Por lo tanto, los puntajes de Javier y Miriam es: 17 y 18 respectivamente

3. Se observa que los números

$$1 \text{ y } 4 \quad ; \quad 2 \text{ y } 5 \quad ; \quad 3 \text{ y } 6$$

no tienen que estar juntos

La casilla más grande puede tener cualquier número, entonces la casilla de la esquina inferior derecha tiene que ser un número tal que la diferencia con la casilla grande sea 3 o -3, es decir

$$1 \text{ y } 4 \quad ; \quad 2 \text{ y } 5 \quad ; \quad 3 \text{ y } 6 \quad ; \quad 4 \text{ y } 1 \quad ; \quad 5 \text{ y } 2 \quad ; \quad 6 \text{ y } 3$$

de donde hay ya 6 posibilidades

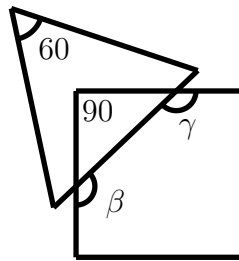
La casilla inferior izquierda tiene cuatro posibilidades tal que la del medio (inferior) tendrá dos posibilidades, es decir $4 \times 2 = 8$

Para las casillas del lado derecho superior y del medio solo se tiene 2 posibilidades, entonces las posibilidades son

$$6 \times 8 \times 2 = 96$$

Por lo tanto, hay 96 formas de enumerar

4. Se tiene la figura



se observa que la suma del suplemento de γ y de β es igual a 90, es decir

$$(180 - \gamma) + (180 - \beta) = 90$$

de donde $\gamma + \beta = 270$

por otro lado al ser el triángulo equilátero, entonces $\alpha = 60$

Por lo tanto: $\alpha + \beta + \gamma = 330$