

# UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON

Facultad de Ciencias y Tecnología ▼ Departamento de Matemáticas ▼ Fecha: 27 de abril de 2013

---

## 1ra. OLIMPIADA DE MATEMÁTICA “PUNATA”

♣ ♠ ✠ NIVEL 1 ✠ ♠ ♣

---

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

Colegio/ Num. telefónico domicilio

**Recomendaciones:** Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, una letra en un cuadrado, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas. Prohibido copiar

1. El producto de tres enteros positivos distintos es 72. ¿Cuál es la menor suma posible de dichos números?
2. En la siguiente suma se tienen 2013 sumandos (filas), hallar la cifra de las unidades y las decenas del resultado de la suma:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 2\ 2 \\ +\ 2\ 2\ 2 \\ \quad 2\ 2\ 2\ 2 \\ \quad \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ \quad \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ 2\ 2\ 2\ \dots\ 2\ 2\ 2\ 2 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad ?\ ? \end{array}$$

3. Se tiene dos fracciones equivalentes tales que sus numeradores suman 15 y sus denominadores son 2 y 4, respectivamente. Determine el mayor de los numeradores.
4. Sean  $A$  y  $B$  dos enteros positivos. Decimos que  $A$  es un número hijo de  $B$ , si  $A < B$ ,  $A$  es un divisor de  $B$ , y además la suma de los dígitos de  $A$  es igual a la suma de los dígitos de  $B$ . Por ejemplo, 12 es hijo de 300, pues  $12 < 300$ , 12 es un divisor de 300, y además  $1+2 = 3+0+0$ . ¿Cuántos hijos (y cuales son) tiene el número 110000?



**Solución de la 1ra. Olimpiada Matemática "PUNATA", nivel 1**  
**Responsable: Alvaro H. Carrasco C.**

1.El producto de tres enteros positivos distintos es 72. ¿Cuál es la menor suma posible de dichos números?

**Solución:**

Como  $72 = 2^3 \times 3^2$ , los factores de 72 con mínima suma son: 4,3 y 6 entonces la mínima suma es  $4 + 3 + 6 = 13$

2. En la siguiente suma se tienen 2013 sumandos (filas), hallar la cifra de las unidades y las decenas del resultado de la suma:

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \phantom{2} \dots 2 \phantom{2} \phantom{2} \\ \hline \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \end{array}$$

**Solución:**

Como en la suma solo interesa las cifras de las unidades y decenas, observemos:

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \\ \hline \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} \vdots \\ \phantom{+} 2 \phantom{2} \\ \hline \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \\ \phantom{+} \phantom{2} \phantom{2} \end{array}} \right\} 2012 \text{ sumandos}$$

de donde  $22 \times 2012 + 2 = 44266$  de donde las cifras de las unidades y decenas de la suma son 6 y 6.

3. Se tiene dos fracciones equivalentes tales que sus numeradores suman 15 y sus denominadores son 2 y 4, respectivamente. Determine el mayor de los numeradores.

**Solución:**

Sean estas fracciones equivalentes

$$\frac{a}{2} \text{ y } \frac{b}{4}$$

como  $a + b = 15$  tenemos las siguientes posibilidades:

$a$	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$b$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$a + b = 15$	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15

entonces  $a = 5$  y  $b = 10$ .

4. Sean  $A$  y  $B$  dos enteros positivos. Decimos que  $A$  es un número hijo de  $B$ , si  $A < B$ ,  $A$  es un divisor de  $B$ , y además la suma de los dígitos de  $A$  es igual a la suma de los dígitos de  $B$ . Por ejemplo, 12 es hijo de 300, pues  $12 < 300$ , 12 es un divisor de 300, y además  $1+2 = 3+0+0$ . ¿Cuántos hijos (y cuales son) tiene el número 110000?

**Solución:**

Los números hijos de 110000 son los divisores de 110000 cuya suma de cifras sea 2, como  $110000 = 11 \times 2^4 \times 5^4$  entonces los números hijos de 110000 son:

$$11, 110, 1100, 11000, 2, 20, 200, 2000$$

