

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON

Facultad de Ciencias y Tecnología ▼ Departamento de Matemáticas ▼ Fecha: 27 de abril de 2013

1ra. OLIMPIADA DE MATEMÁTICA “PUNATA”

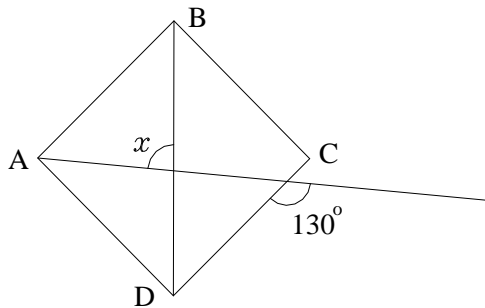
♣ ♠ ✠ NIVEL 2 ✠ ♠ ♣

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

Colegio/ Num. telefónico domicilio

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, una letra en un cuadrado, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas. Prohibido copiar

1. ¿Cuánto suman los primeros 100 dígitos que aparecen después de la coma al hacer $1/13$? (1 dividido entre 13)
2. En la figura halla el valor de x si $ABCD$ es un cuadrado.



3. Un reloj digital marca las horas desde 00:00 hasta 23:59. Al malograrse dicho reloj muestra cada dígito 8 como si fuese 2. Por ejemplo, en lugar de mostrar 18:38, el reloj muestra 12:32. Durante un día, ¿cuántas veces, el reloj muestra este tipos de fallos?
4. Si p, q, r son enteros positivos tales que $pq = 24$ y $qr = 20$, hallar el menor valor que puede tomar $p + q + r$.



Solución de la 1ra. Olimpiada Matemática "PUNATA", nivel 2
Responsable: Alvaro H. Carrasco C.

1. ¿Cuánto suman los primeros 100 dígitos que aparecen después de la coma al hacer $1/13$? (1 dividido entre 13)

Solución:

Dividiendo tenemos

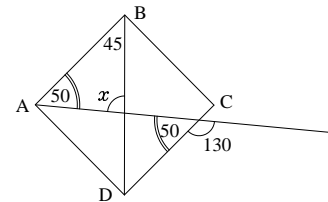
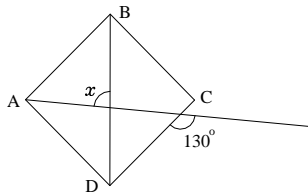
$$\begin{array}{r}
 100 \\
 90 \\
 120 \\
 30 \\
 40 \\
 100 \\
 90 \\
 \dots
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{) 13} \\
 0,076923076\dots
 \end{array}$$

de donde se observa que el cociente es periódico con periodo 6, dividiendo 100 entre 6 tenemos $100 = 6 \times 16 + 4$ es decir:

$$0.\underbrace{076923}_{1ro.}\underbrace{076923}_{2do.}\underbrace{076923}_{3ro.}\dots\underbrace{076923}_{16ava.}0769$$

entonces la suma buscada es $(0 + 7 + 6 + 9 + 2 + 3) \times 16 + (0 + 7 + 6 + 9) = 454$

2. En la figura halla el valor de x si $ABCD$ es un cuadrado.



Solución:

De la figura se sigue que $50 + 45 + x = 180$ de donde $x = 85$

3. Un reloj digital marca las horas desde 00:00 hasta 23:59. Al malograrse dicho reloj muestra cada dígito 8 como si fuese 2. Por ejemplo, en lugar de mostrar 18:38, el reloj muestra 12:32, es decir, muestra una hora incorrecta. Durante un día, ¿cuántas veces, el reloj mostró horas incorrectas?

Solución:

Tenemos los siguientes casos:

Caso 1: hay 8 en las horas y en los minutos

Horas: 08,18 y minutos: 08,18,28,38,48,58, en total hay $2 \times 6 = 12$ horas incorrectas.

Caso 2: hay 8 en las horas y ninguno en los minutos

Horas: 08,18 y 00,01,02,...,59, en total hay $2 \times (60 - 6) = 108$

Caso 3: no hay ningún 8 en las horas y un 8 en los minutos, en total hay $(24 - 2) \times 6 = 132$

Luego las horas incorrectas son $12 + 108 + 132 = 252$

4. Si p, q, r son enteros positivos tales que $pq = 24$ y $qr = 20$, hallar el menor valor que puede tomar $p + q + r$.

Solución:

Como $24 = 2^3 \times 3 = pq$ y $20 = 2^2 \times 5 = qr$ entonces se tiene las siguientes posibilidades:

p	24	12	6
q	1	2	4
r	20	10	5

de donde el menor valor de $p + q + r = 15$