

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON

Facultad de Ciencias y Tecnología ▼ Departamento de Matemáticas ▼ Fecha: 27 de abril de 2013

1ra. OLIMPIADA DE MATEMÁTICA "PUNATA"

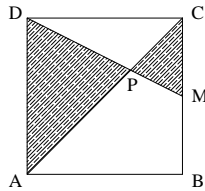
♣ ♠ ✠ NIVEL 4 ✠ ♠ ♣

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

Colegio/ Num. telefónico domicilio

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, una letra en un cuadrado, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas. Prohibido copiar

1. En un cuadrado $ABCD$ de lado unidad se traza AC . Se une el vértice D con el punto medio, M , del lado BC .



Calcular la razón entre las superficies del cuadrilátero $ABMP$ y el triángulo CDP

2. Susana, Teresa y Andrea son tres atletas que cuando hacen carreras de 100 metros planos se asignan puntajes de la siguiente manera: la que queda en primer lugar obtiene tres puntos, la que queda en segundo lugar obtiene un punto, y la que queda en tercer lugar no obtiene punto alguno (no hay empates). Durante sus entrenamientos han hecho cuatro de tales carreras y al final de ellas Susana obtuvo en total cuatro puntos y Teresa tres puntos. ¿En cuántas carreras Andrea quedó en primer lugar?
3. Las ciudades Atenea, Blanca, Corina y Diana están sobre la misma ruta, en ese orden. Para ir de Atenea a Corina se recorren 129 km. Para ir de Blanca a Diana se recorren 142 km. Pedro va de Atenea a Blanca y José va de Corina a Diana; entre los dos recorren 163 km. ¿Cuál es la distancia entre cada par de ciudades?
4. El rectángulo $ABCD$ (figura 1), se corta por las diagonales en cuatro triángulos y se construye la siguiente figura 2:

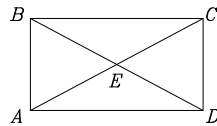


Figura 1

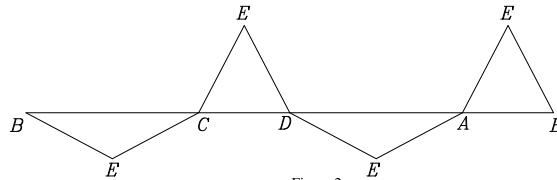
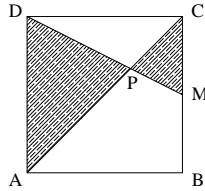


Figura 2

La diferencia entre el perímetro de la figura 2 y el perímetro de $ABCD$ es 2000 cm. ¿Cuánto mide cada una de las diagonales de $ABCD$?

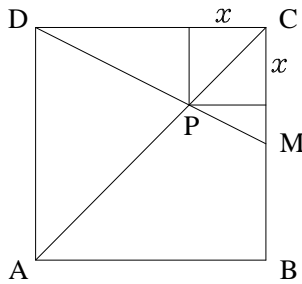
Solución de la 1ra. Olimpiada Matemática "PUNATA", nivel 4
Responsable: Alvaro H. Carrasco C.

1. En un cuadrado ABCD de lado unidad se traza AC. Se une el vértice D con el punto medio, M, del lado BC.



Calcular la razón entre las superficies del cuadrilátero ABMP y el triángulo CDP

Solución:



observemos que:

$$\text{área}(DCM) = \text{área}(DPC) + \text{área}(CPM)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) (1) = \frac{1}{2} (x) (1) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) (x)$$

de donde se tiene

$$x = \frac{1}{3}$$

entonces

$$\text{área}(DCP) = \text{área}(DMC) - \text{área}(CPM) = \frac{1}{2} (1) \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6}$$

$$\text{área}(APMB) = \text{área}(ABCD) - \text{área}(DMC) - \text{área}(DAP) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) (1) - \frac{1}{2} (1) \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$$

de donde

$$\frac{\text{área}(ABMP)}{\text{área}(CDP)} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{5}{2}$$

2. Susana, Teresa y Andrea son tres atletas que cuando hacen carreras de 100 metros planos se asignan puntajes de la siguiente manera: la que queda en primer lugar obtiene tres puntos, la que queda en segundo lugar obtiene un punto, y la que queda en tercer lugar no obtiene punto alguno (no hay empates). Durante sus entrenamientos han hecho cuatro de tales carreras y al final de ellas Susana obtuvo en total cuatro puntos y Teresa tres puntos. ¿En cuántas carreras Andrea quedó en primer lugar?

Solución:

1	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	3	0	1	0
Teresa	1	1	0	1
Andrea	0	3	3	3

2	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	0	1	0	3
Teresa	1	0	1	1
Andrea	3	3	3	0

3	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	0	0	3	1
Teresa	1	1	1	0
Andrea	3	3	0	3
5	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	3	0	0	1
Teresa	1	1	1	0
Andrea	0	3	3	3
7	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	0	0	1	3
Teresa	1	1	0	1
Andrea	3	3	3	0
9	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	1	3	0	0
Teresa	0	1	1	1
Andrea	3	0	3	3
11	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	1	1	1	1
Teresa	0	3	0	0
Andrea	3	0	3	3
13	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	1	1	1	1
Teresa	0	0	0	3
Andrea	3	3	3	0

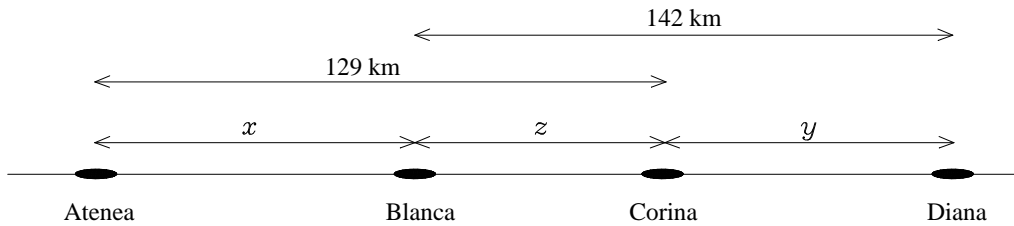
4	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	1	0	3	0
Teresa	0	1	1	1
Andrea	3	3	0	3
6	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	3	1	0	0
Teresa	1	0	1	1
Andrea	0	3	3	3
8	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	1	0	0	3
Teresa	0	1	1	1
Andrea	3	3	3	0
10	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	1	1	1	1
Teresa	3	0	0	0
Andrea	0	3	3	3
12	1ra. C.	2da. C.	3ra. C.	4ta.C.
Susana	1	1	1	1
Teresa	0	0	3	0
Andrea	3	3	0	3

Luego Andrea quedo en primer lugar en $13 \times 3 = 39$ carreras

3. Las ciudades Atenea, Blanca, Corina y Diana están sobre la misma ruta, en ese orden. Para ir de Atenea a Corina se recorren 129 km. Para ir de Blanca a Diana se recorren 142 km. Pedro va de Atenea a Blanca y José va de Corina a Diana; entre los dos recorren 163 km. ¿Cuál es la distancia entre cada par de ciudades?

Solución:

La situación es como sigue:



se tienen

$$\begin{cases} x + y = 163 \\ x + z = 129 \\ z + y = 142 \end{cases}$$

resolviendo se tiene: $x = 75, y = 88, z = 54$

4. El rectángulo $ABCD$ (figura 1), se corta por las diagonales en cuatro triángulos y se construye la

siguiente figura 2:

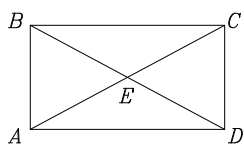


Figura 1

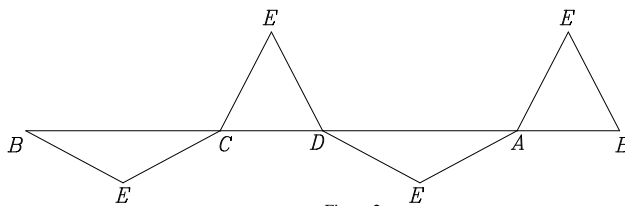
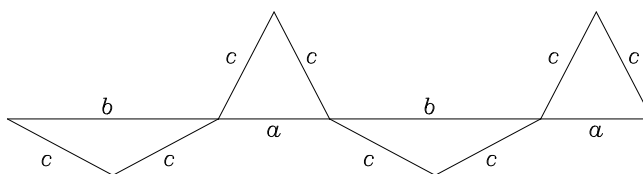
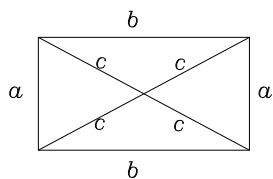


Figura 2

La diferencia entre el perímetro de la figura 2 y el perímetro de $ABCD$ es 2000 cm. ¿Cuánto mide cada una de las diagonales de $ABCD$?

Solución:



se tiene

$$2b + 2a + 8c - (2a + 2b) = 2000$$

$$8c = 2000$$

de donde

$$diagonal = 2c = 500$$