

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON

Facultad de Ciencias y Tecnología ▼ Departamento de Matemáticas ▼ Fecha: 27 de abril de 2013

1^{ra}. OLIMPIADA DE MATEMÁTICA “PUNATA”

♣ ♠ ✠ NIVEL 5 ✠ ♠ ♣

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

Colegio/ Num. telefónico domicilio

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, una letra en un cuadrado, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas. Prohibido copiar

1. En una pizarra están escritos los números desde el 1 hasta el 9999 de manera consecutiva, como se muestra: 123456789101112,...,99989999. ¿Cuántas veces aparece el bloque 2013 en esta lista escrita en la pizarra? escriba como aparecen!
2. Omar tiene cierto número de rosas y quiere regalarlas a sus amigas. Si regala 8 rosas a cada una le sobran 15, pero si quisiera regalar 11 rosas a cada una le faltarán 3. ¿Cuántas rosas tiene Omar?
3. Se tiene dos cuadrados de lados enteros tales que la suma de sus áreas es 650. ¿Cuántos valores distintos puede tomar la suma de sus perímetros?
4. Se tienen dos progresiones aritméticas, la primera es 2,5,8,11,14,17,... y la segunda es 5,7,9,11,13,15,... como se puede observar ambas coinciden en el 5, el 11 y otros términos. Hallar el primer término mayor que 1000 en que coincidan ambas.



Solución de la 1ra. Olimpiada Matemática "PUNATA", nivel 6

Responsable: Alvaro H. Carrasco C.

1. En una pizarra están escritos los números desde el 1 hasta el 9999 de manera consecutiva, como se muestra: 123456789101112,...,99989999. ¿Cuántas veces aparece el bloque 2013 en esta lista escrita en la pizarra? escriba como aparecen!

Solución:

Se tienen las siguientes posibilidades:

$$\begin{aligned} & \dots, 2012, \boxed{2013}, 2014, \dots \\ & \dots, 011, 01\boxed{2,013}, 014, \dots \\ & \dots, 1319, 13\boxed{20,13}21, \dots \\ & \dots, 3200, 3\boxed{201,3}202, \dots \end{aligned}$$

2. Omar tiene cierto número de rosas y quiere regalarlas a sus amigas. Si regala 8 rosas a cada una le sobran 15, pero si quisiera regalar 11 rosas a cada una le faltarán 3. ¿Cuántas rosas tiene Omar?

Solución:

Sean x el número de rosas, y el número de amigas, entonces

$$\begin{aligned} x &= 8y + 15 \\ x &= 11y - 3 \end{aligned}$$

igualando $8y + 15 = 11y - 3$, de donde $y = 6$ y así $x = 63$

3. Se tiene dos cuadrados de lados enteros tales que la suma de sus áreas es 650. ¿Cuántos valores distintos puede tomar la suma de sus perímetros?

Solución:

Sean x e y los lados de los cuadrados entonces:

$$x^2 + y^2 = 650$$

la cual tiene las soluciones:

x	5	11	17
y	25	23	19

de donde la suma de sus perímetros puede valer: 120, 136 y 144

4. Se tienen dos progresiones aritméticas, la primera es 2,5,8,11,14,17,... y la segunda es 5,7,9,11,13,15,... como se puede observar ambas coinciden en el 5, el 11 y otros términos. Hallar el primer término mayor que 1000 en que coincidan ambas.

Solución:

Las progresiones se pueden anotar:

$$\begin{aligned} 2 + 3d, \text{ con } d &= 0, 1, 2, 3, \dots \\ 5 + 2c, \text{ con } c &= 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

igualando cada término a 1000 tenemos $d = 333$ y $c = 498$ entonces las progresiones son:

$$\begin{aligned} & 2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots, 1001, 1004, \dots \\ & 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots, 1001, 1003, \dots \end{aligned}$$

luego el primer término mayor de 1000 en que coincidan ambas es 1001.