

Soluciones 7ma. Olimpiada Matemática GALOIS - 2017, nivel 4
 Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. Un número entero n se llama *duro* si las tres fracciones siguientes son irreducibles

$$\frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \frac{5}{n}$$

es decir si ninguna se simplifica, diga cuantos número duros existen entre 80 y 180.

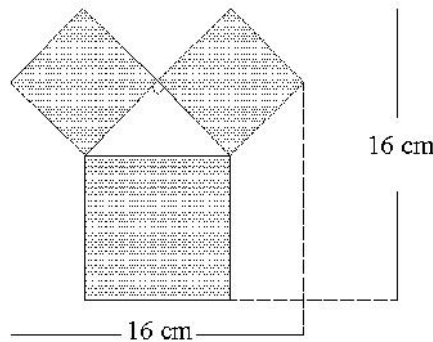
Solución:

Vamos a eliminar todos los números pares, luego los que terminen en 5 y finalmente los múltiplos de 3 y tenemos:

- En $[80, 90]$ los números duros son: 83 y 89
- en $[90, 100]$ los números duros son: 91 y 97
- en $[100, 110]$ los números duros son: 101, 103, 107 y 109
- en $[110, 120]$ los números duros son: 113 y 119
- en $[120, 130]$ los números duros son: 121 y 127
- en $[130, 140]$ los números duros son: 131, 133, 137 y 139
- en $[140, 150]$ los números duros son: 143 y 149
- en $[150, 160]$ los números duros son: 151 y 157
- en $[160, 170]$ los números duros son: 161, 163, 167 y 169
- en $[170, 180]$ los números duros son: 173 y 179

Entonces hay 26 número duros.

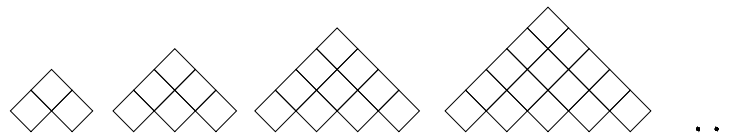
2. En la siguiente suma cada figura se representa un dígito, figuras diferentes representan dígitos diferentes, halle el valor que representa la figura triángulo



Solución:

Sea x la longitud del lado del cuadrado pequeño, entonces 16 es la suma de las diagonales y tenemos $2\sqrt{2}x = 16$ de donde se tiene $x = 4\sqrt{2}$. Así el área del triángulo es $A = 16$.

3. En la figura siguiente se usan cuadrados de lado 1cm y se forman "Alas Delta". La primera tiene perímetro 8, la segunda tiene perímetro 12, ..., etc. Con 2011 cuadrados de lados 1cm se construye el Ala Delta más grande posible (con la forma de la figura). Diga qué perímetro tendrá y cuántos cuadraditos sobrarán.



Solución:

No. de figura	No. de cuadratitos usados
1	$3 = 1 + 2$
2	$6 = 1 + 2 + 3$
3	$10 = 1 + 2 + 3 + 4$
\vdots	\vdots
n	$1 + 2 + 3 + \dots + (n + 1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

con 2011 cuadratidos se tiene $n = 60$ se usan 1891 cuadratitos y sobran 120. Para el perímetro tenemos

No. de figura	Perímetro
1	$8 = 8$
2	$12 = 8 + 4$
3	$16 = 8 + 4 \cdot 2$
\vdots	\vdots
n	$8 + 4(n - 1) = 4n + 4$

de donde el perímetro para $n = 60$ es: $4 \times 60 + 4 = 244$

4. ¿Cuál es la suma de todos los números enteros entre el 1 y el 999 que se escriben con exactamente dos unos?

Solución:

Los números son: 11, 101, 110, también hay

211, 311, 411, 511, 611, 711, 811, 911

112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119

121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191

la suma estos es: 6882

