UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON

Facultad de Ciencias y Tecnología_▼ Departamento de Matemáticas ▼_Fecha: 23 de septiembre de 2017

8va. OLIMPIADA DE MATEMÁTICA **GALOIS**- 2017

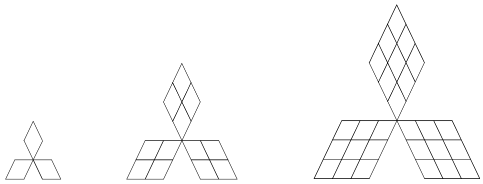
5$^{\text{to}}$ de SECUNDARIA

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

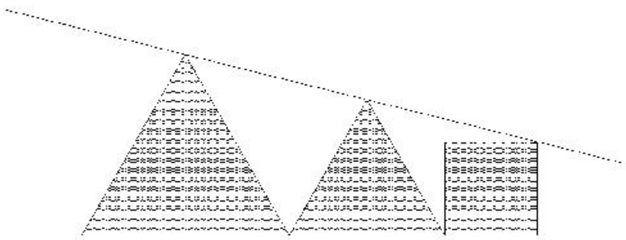
Colegio/ Num. telefónico domicilio

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, dejando un espacio en blanco como separación. <u>Lea cuidadosamente</u> cada pregunta y justifique sus respuestas, pregunta sin procedimiento será nula. Prohibido copiar

1. Se construyen estrellas usando rombitos del tipo $\Diamond$. Con 3 rombitos se contruye la estrella numero 1, con 12 rombitos se contruye la estrella numero 2, con 27 rombitos se contruye la estrella numero 3, etc, ver figura adjunta Con 2017 rombitos ¿qué número de estrella se puede construiry cuántos rombitos sobrarán?

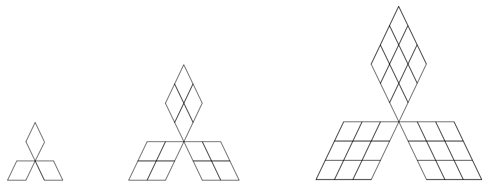


2. ¿Cuántos números de cinco cifras terminan en 18 y son divisibles por 18?
3. Un número N tiene 50 dígitos, todos estos dígitos son 1, excepto el dígito de lugar 24 y 26 (contando de izquierda a derecha), sabiendo que N es divisible por 11, halle los posibles dígitos en estos dos lugares.
4. En la figura se tienen dos triángulos equiláteros y un cuadrado, se sabe que los triángulos tienen áreas 5 y 3 respectivamente, hallar área del cuadrado.



Soluciones 7ma. Olimpiada Matemática GALOIS - 2017, nivel 5
Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1.Se construyen estrellas usando rombitos del tipo $\Diamond$. Con 3 rombitos se contruye la estrella numero 1, con 12 rombitos se contruye la estrella numero 2, con 27 rombitos se contruye la estrella numero 3, etc, ver figura adjunta Con 2017 rombitos ¿qué número de estrella se puede construiry cuántos rombitos sobrarán?



Solución:

No. de. figura	No. de rombos usados
1	3
2	$2^2 \times 3$
3	$3^2 \times 3$
$\vdots$	$\vdots$
n	$3n^2$

estimemos n tal que $3n^2 \leq 2017$ y se obtiene $n = 25$

2. ¿Cuántos números de cinco cifras terminan en 18 y son divisibles por 18?

Solución:

Sea el número $abc18$, como este número es divisible por 2, tambien debe ser múltiplo de 9, entonces:

$$a + b + c + 9 = 9a, a \in \mathbb{N}$$

es decir $a + b + c = 9a$, $a \in \mathbb{N}$

a	$+b$	$+c$	$=9$		a	$+b$	$+c$	$=9$		a	$+b$	$+c$	$=9$		a	$+b$	$+c$	$=9$		a	$+b$	$+c$	$=9$
1	0	9			2	0	8			3	0	7			8	0	1			9	0	0	
1	1	8			2	1	7			3	1	6			8	1	0						
1	2	7			2	2	6			3	2	5											
1	3	6			2	3	5			3	3	4											
1	4	5		,	2	4	4		,	3	4	3		, ...,					,				
1	5	4			2	5	3			3	5	2											
1	6	3			2	6	2			3	6	2											
1	7	2			2	7	1			3	7	0											
1	8	1			2	8	0																
1	9	0																					

$$\begin{array}{cccc} a & +b & +c & =18 \\ 1 & 8 & 9 & \\ 1 & 9 & 8 & \end{array}, \quad \begin{array}{cccc} a & +b & +c & =18 \\ 2 & 7 & 9 & \\ 2 & 8 & 8 & \\ 2 & 9 & 7 & \end{array}, \quad \begin{array}{cccc} a & +b & +c & =18 \\ 3 & 6 & 9 & \\ 3 & 7 & 8 & \\ 3 & 8 & 7 & \\ 3 & 9 & 6 & \end{array}, \ldots \begin{array}{cccc} a & +b & +c & =18 \\ 8 & 1 & 9 & \\ 8 & 2 & 8 & \\ 8 & 3 & 7 & \\ 8 & 4 & 6 & \\ 8 & 5 & 5 & \\ 8 & 6 & 4 & \\ 8 & 7 & 3 & \\ 8 & 8 & 2 & \\ 8 & 9 & 1 & \end{array}, \quad \begin{array}{cccc} a & +b & +c & =18 \\ 9 & 0 & 9 & \\ 9 & 1 & 8 & \\ 9 & 2 & 7 & \\ 9 & 3 & 6 & \\ 9 & 4 & 5 & \\ 9 & 5 & 4 & \\ 9 & 6 & 3 & \\ 9 & 7 & 2 & \\ 9 & 8 & 1 & \\ 9 & 9 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} a & +b & +c & =27 \\ 9 & 9 & 9 & \end{array}$$

Luego, hay 110 números.

3. Un número N tiene 50 dígitos, todos estos dígitos son 1, excepto el dígito de lugar 24 y 26 (contando de izquierda a derecha), sabiendo que N es divisible por 11, halle los posibles dígitos en estos dos lugares.

Solución:

Sea el número $111...111x1y111...111$, donde x representa la cifra de lugar 24 y y la de lugar 26, entonces $23 + x + y - 25 = 11a, a \in \mathbb{N}$ entonces

Caso1: si $a = 0$ tenemos $x + y = 2$

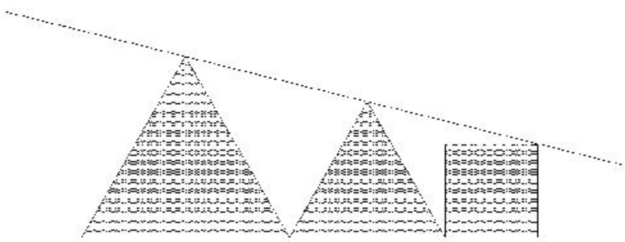
$$\begin{array}{ccc} x & +y & =2 \\ 0 & 2 & \\ 1 & 1 & \\ 2 & 0 & \end{array}$$

Caso2: si $a = 1$ tenemos $x + y = 13$

$$\begin{array}{ccc} a & +b & =13 \\ 4 & 9 & \\ 5 & 8 & \\ 6 & 7 & \\ 7 & 6 & \\ 8 & 5 & \\ 9 & 4 & \end{array}$$

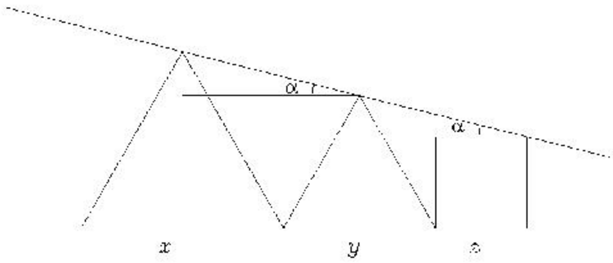
Luego existen 9 posibilidades.

4. En la figura se tienen dos triángulos equiláteros y un cuadrado, se sabe que los triángulos tienen áreas 5 y 3 respectivamente, hallar área del cuadrado.



Solución:

Como $5=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$, tenemos $x=\sqrt{\frac{20}{\sqrt{3}}}$, también $3=\frac{\sqrt{3}}{4}y^2$, tenemos $y=\sqrt{\frac{12}{\sqrt{3}}}$, entonces de la figura



tenemos

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{\sqrt{3}}{2}y}{\frac{1}{2}(x+y)}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}y-z}{\frac{1}{2}y+z}$$

resolviendo tenemos:

$$z=\frac{y^2\left(3x-3y-\sqrt{3}x-\sqrt{3}y\right)}{2\left(y^2+x^2-4xy\right)}$$