

# UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON

Facultad de Ciencias y Tecnología ▼ Departamento de Matemáticas ▼ Fecha: 8 de junio de 2013

## XII OLIMPIADA DE MATEMÁTICA “GAUSS”

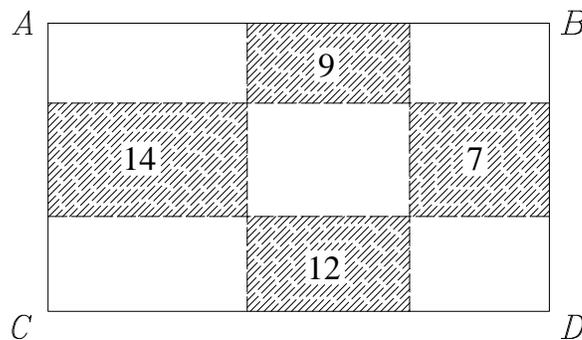
NIVEL 1

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

Colegio/ Num. telefónico domicilio

**Recomendaciones:** Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas. Prohibido copiar

1. Lisa escribe 122333444455555,..., por ejemplo cuando escribe el 14 lo hará 14 veces y así sucesivamente. Lisa se detiene cuando ha escrito 300 números. Descansando de semejante tarea se pregunta *¿Cuántas veces habré escrito el número 2?* Halla cuántas veces ha escrito el número 2.
2. Encuentre cuatro enteros múltiplos de 5 cuya suma sea 49570, por ejemplo, 15, 20, 25 y 30 son múltiplos consecutivos de 5.
3. Betty escribe 2 en su calculadora. Suma 10 y sigue sumando 10 se detiene en cuando pasa 500. Los primeros números que aparecen en la calculadora son 2, 12, 22, 32, 42, 52, 62, .... *¿Cuántos números que aparecen en la lista son múltiplos de 9?*
4. En el rectángulo  $ABCD$  se trazan líneas punteadas paralelas a los lados definiendo 9 rectángulos de los cuales cuatro tienen áreas dadas en el gráfico, sabiendo que las dimensiones de todos los rectángulo son enteras hallar todos los posible perímetros del rectángulo  $ABCD$



1. Lisa escribe 122333444455555,..., por ejemplo cuando escribe el 14 lo hará 14 veces y así sucesivamente. Lisa se detiene cuando ha escrito 300 números. Descansando de semejante tarea se pregunta ¿Cuántas veces habré escrito el número 2? Halla cuántas veces ha escrito el número 2.

**Solución:**

Veamos en que número termina el número de Lisa:

$1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$  hasta aquí sumamos los dígitos del número: 122333...999999999  
 $(10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20) \times 2 = 330$  hasta aquí sumamos los dígitos del número 10...1011...11...2020...20 y con lo anterior en total tenemos  $45+330 = 375$ , de donde debemos sumar menos números.

$(10+11+12+13+14+15+16+17+18+19) \times 2 = 290$  hasta aquí sumamos los dígitos del número 10...1011...11...1919...19 y con lo anterior en total tenemos  $45+290 = 335$ , de donde debemos sumar aún menos

$(10+11+12+13+14+15+16+17+18) \times 2 = 252$  hasta aquí sumamos los dígitos del número 10...1011...11...1818...18 y con lo anterior en total tenemos  $252+45 = 297$  entonces el número de Lisa será como sigue:

$$122333444455555...1818...18191$$

de manera que el número de 2 que escribe Lisa es:  $2+12 = 14$ .

2. Encuentre cuatro enteros múltiplos de 5 cuya suma sea 49570, por ejemplo, 15, 20, 25 y 30 son múltiplos consecutivos de 5.

**Solución:**

Como los cuatro números consecutivos múltiplos de cinco son "casi" parecidos una aproximación será  $\frac{49570}{4} \simeq 12392$ , a partir de este número ensayemos con múltiplos de cinco:

$$12390 + 12395 + 12400 + 12405 = 49590$$

como esta suma sobrepasa 49570, ensayemos con un múltiplo de cinco menos es decir:

$$12385 + 12390 + 12395 + 12400 = 49570$$

de donde tenemos lo pedido

3. Betty escribe 2 en su calculadora. Suma 10 y sigue sumando 10 se detiene en cuando pasa 500. Los primeros números que aparecen en la calculadora son 2, 12, 22, 32, 42, 52, 62, .... ¿Cuántos números que aparecen en la lista son múltiplos de 9?

**Solución:**

Los números de Betty se escriben:

$$2, 2+10, 2+20, 2+30, 2+40, 2+50, \dots, 2+490$$

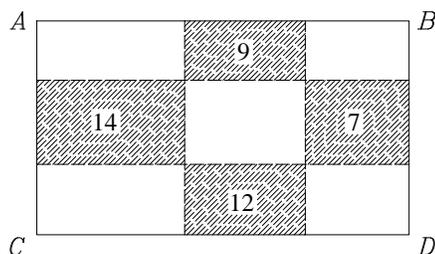
como un número es divisible por 9 cuando la suma de sus cifra lo sea, tenemos los siguientes múltiplos de 9 en la lista de Betty:

$$2+70, 2+160, 2+250, 2+340, 2+430$$

osea

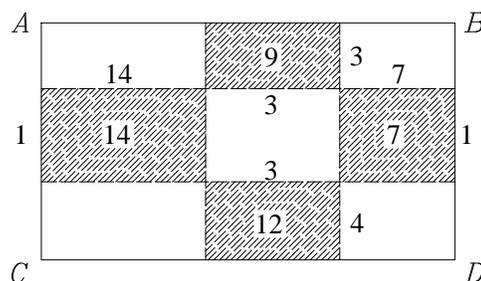
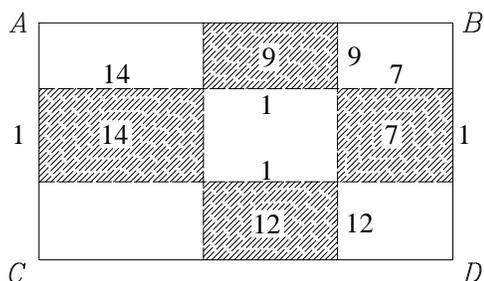
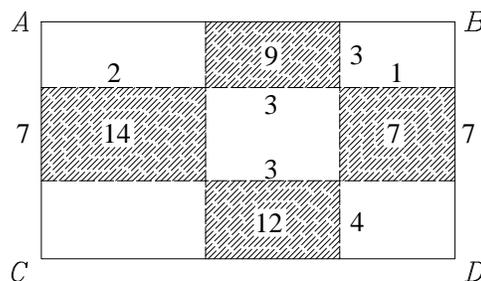
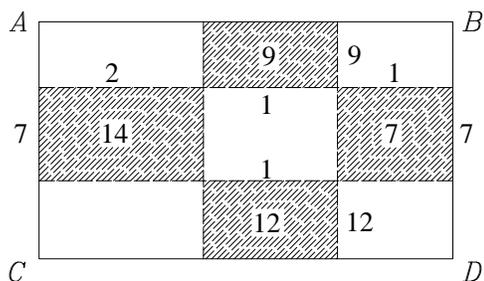
$$72, 162, 252, 342, 432$$

4. En el rectángulo  $ABCD$  se trazan líneas punteadas paralelas a los lados definiendo 9 rectángulos de los cuales cuatro tienen áreas dadas en el gráfico, sabiendo que las dimensiones de todos los rectángulo son enteras hallar todos los posible perímetros del rectángulo  $ABCD$



**Solución:**

Observemos los siguientes casos:



de donde los posibles perímetros del rectángulo  $ABCD$  son: 64, 40 y 84