# Universidad Mayor De San Simon

Facultad de Ciencias y Tecnología\_ ▼ Departamento de Matemáticas ▼ Fecha: 24 de junio de 2017

## XVI OLIMPIADA DE MATEMÁTICA "GAUSS"

NIVEL 1

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)															
Colegio/ Num. telefónico domicilio															

**Recomendaciones:** Llene sus datos usando letra imprenta en mayusculas, dejando un espacio en blanco como separación. <u>Lea cuidadosamente</u> cada pregunta y justifique sus respuestas. Prohibido copiar

- 1. El perímetro de una rectangulo es 28. Un segundo rectangulo es tres veces mas largo que el primero y su ancho es el doble que el primero. El perímetro del segundo triángulo es 72, cual es el área del primer rectángulo?
- 2. Usando solamente los dígitos 2,0 y 7 se escriben todos los números y se los ponen ordenados de menor a mayor y se forma una lista infinita:

$$2, 7, 20, 22, 27, \dots, 20727, \square, \square, \square, \square$$

luego de completar los cuatro números siguientes, halle la suma de estos cuatro números.

- 3. ¿Cual es la suma de los dígitos del número  $\underbrace{1010101\cdots 1010101}_{50 \text{ dígitos}}$ ?
- 4. Luis usa ceros y cuatros para construir números de 10 cifras, tal que no hayan cuatros consecutivos, es decir juntos. ¿Cuántos números construye Luis?



### Soluciones XVI Olimpiada Matemática GAUSS - 2017, nivel 1 Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. El perímetro de una rectangulo es 28. Un segundo rectangulo es tres veces mas largo que el primero y su ancho es el doble que el primero. El perímetro del segundo triángulo es 72, cual es el área del primer rectángulo?

#### Solución:

Sean a y b las dimensiones del primer rectangulo entonces 2a + 2b = 28. Para el otro rectángulo tenemos que sus dimensiones son: 3a y 2b entonces 6a + 4b = 72, observemos que en esta suma se tiene 2a + 4a + 4b = 72, de donde 2a + 2(28) = 72 de donde 2a = 16 y así a = 8 y entonces b = 6, de donde el area buscada es 48.

2. Usando solamente los dígitos 2,0 y 7 se escriben todos los números y se los ponen ordenados de menor a mayor y se forma una lista infinita:

$$2, 7, 20, 22, 27, \dots, 20727, \square, \square, \square, \square$$

luego de completar los cuatro números siguientes, halle la suma de estos cuatro números.

#### Solución:

Los números buscados son: 20770, 20772, 20777 y 22000 cuya suma es 84329.

3. ¿Cual es la suma de los dígitos del número  $1010101 \cdot \cdot \cdot 1010101^2$ ?

50 dígitos

#### Solución:

observemos que las sumas por columna van consecutivamente, hasta lacolumna número 50, en la linea punteada, en la cual la suma es 25, a partir de esta las sumas decrecen en 1, y entonces la suma buscada es el doble del lado derecho de la linea punteada, es decir

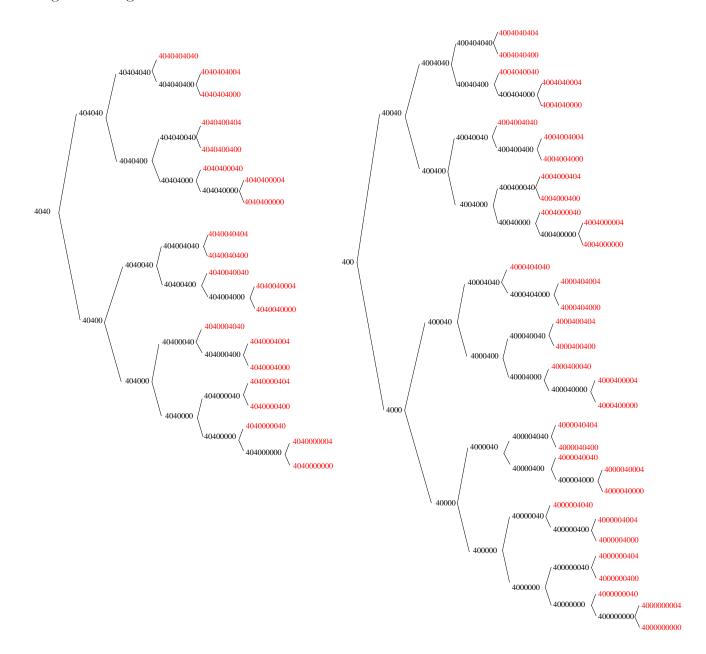
$$1 + 2 + \dots + 9 = 45$$
$$10 + 1 + 2 + \dots + 9 = 55$$
$$2 \times 5 + 1 + 2 + 3 + 4 = 20$$

demanera que la suma es 2(45 + 55 + 20) + 2 + 5 = 247

4. Luis usa ceros y cuatros para construir números de 10 cifras, tal que no hayan cuatros consecutivos, es decir juntos. ¿Cuántos números construye Luis?

Solución: Observemos que el número tiene la forma: 40 \,\textsup \

y a continuación llenamos los lugares vacios con 40 ó 0, pero sin cuatros juntos entonces tenemos el siguiente diagrama:



Entonces hay 55 números

