Universidad Mayor De San Simon

Facultad de Ciencias y Tecnología_▼ Departamento de Matemáticas ▼_Fecha: 16 de junio de 2018

XVII olimpiada de matemática "GAUSS" Nivel 2

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

Colegio/ Num. telefónico domicilio

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayusculas, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas. Prohibido copiar

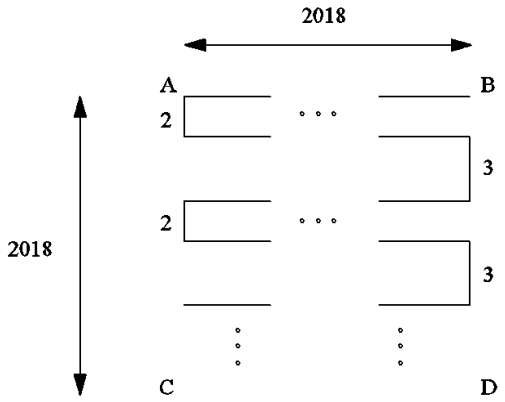
1. Un profesor tienen algunos chicles y decide invitar a sus alumnos. Cuando les dá 4 a cada uno se da cuenta que le faltarán 3 y cuando les dá a 3 a cada uno le sobran 4. ¿Cuántos alumnos tiene el profesor?

2. Hallar la suma de los digitos del número $\left(\underbrace{333...334}_{20 \text{ cifras}}\right)^2$

3. Hallar la suma de los números en la fila 30 en el siguiente triángulo numérico:

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 3 & & 5 & & & \\ & & 7 & & 9 & & 11 & & \\ & 13 & & 15 & & 17 & & 19 & \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \end{array}$$

4. En un cuadrado ABCD, de lado 2018, un robot hace el siguiente recorrido empieza de la esquina superior derecha B y marcha a la izquierda, a la esquina A, luego baja 2 unidades y se mueve hacia la derecha hasta chocar con el lado del cuadrado, luego baja 3 unidades y marcha a la izquierda hasta chocar con el lado del cuadrado y repite lo anterior sin salirse del cuadrado. ¿Cual es la mayor distancia que recorre el robot?



Soluciones XVII Olimpiada Matemática GAUSS - 2018, nivel 2
Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. Sea x el numero de alumnos, entonces: $4x - 3 = 3x + 4$, de donde $x = 7$.
2. Estudiamos los productos:

$$\begin{aligned} 34^2 &= 1156 \\ 334^2 &= 111556 \\ 3334^2 &= 11115556 \\ &\vdots \\ \underbrace{333...334}_{20 \text{ cifras}}{}^2 &= \underbrace{111\cdots1}_{20 \text{ cifras}}\underbrace{555\cdots5}_{19 \text{ cifras}}6 \end{aligned}$$

luego la suma de los digitos del número $\underbrace{333...334}_{20 \text{ cifras}}{}^2$ es igual a $20 + 5 \times 19 + 6 = 121$

3. Las sumas por fila son cubos, es decir:

$$\begin{aligned} &\text{1ra, fila: } 1 \\ &\text{2da, fila: } && 3 + 5 = 8 = 2^3 \\ &\text{3ra, fila } : && 7 + 9 + 11 = 27 = 3^3 \\ &\text{4ta, fila } : && 13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3 \\ & && \vdots \\ &\text{30ma, fila } : && 30^3 = 27000 \end{aligned}$$

4. Consideremos un recorrido a la izquierda dos abajo, uno a la derecha y tres abajo ($2\times2018+5 = 4041$), se bajan 5 unidades, entonces como $2018=5\times403 + 3$, se sigue que hace el recorrido anterior 403 veces, cuando llega al final de los 403 recorridos el robot esta en el lado BD y puede ir 2018 unidades a la izquierda y puede bajar dos unidades, puede ir 2018 a la derecha y baja 1 unidaded y queda atascado. No puede ir más. Hasta aquí la máxima distancia recorrida será:

$$4041 \times 403 + 2 \times 2018 + 3 = 1632\,562$$