



Soluciones XVI Olimpiada Matemática GAUSS - 2017, nivel 2  
 Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. ¿Cuál es la suma de todos los dígitos del número  $10^{55} - 55$ ?

**Solución:**

$$10^{55} - 55 = \underbrace{1000 \dots 000}_{55 \text{ ceros}} - 55 = \underbrace{999 \dots 945}_{53 \text{ nueves}}$$

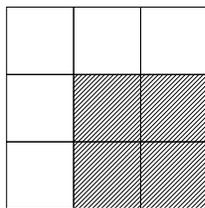
luego la suma de todos los dígitos es  $9 \times 54 = 486$

2. Jose debe comprar alfajores para 5 personas, dándole a cada uno la misma cantidad de alfajores. En la panadería solo venden alfajores en cajas cerradas del tipo A y del tipo B, la caja de tipo A tiene 2 alfajores y la caja del tipo B tiene 7 alfajores. ¿Cuántas cajas cerradas y de que tipo debe comprar Jose como mínimo, para darles a cada persona la misma cantidad? Jose debe darles cajas cerradas es decir no puede darles cajas abiertas.

**Solución:**

Claramente el mínimo número es 5 cajas del tipo A.

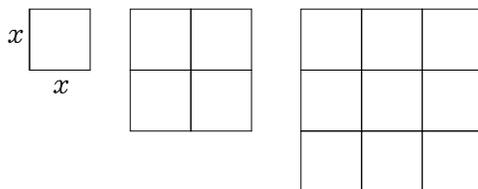
3. En la siguiente figura se pueden ver 14 cuadrados en total:



Si la suma de los perímetros de estos 14 cuadrados es 480 cm., ¿cuánto mide el área del cuadrado sombreado?

**Solución:**

Sea  $x$  el lado del cuadrado más pequeño, entonces:



hay 9 cuadraditos, 4 cuadrados de lado  $2x$  y uno de lado  $3x$ , entonces la suma de los perímetros de estos cuadrados es

$$9 \cdot 4x + 4 \cdot 8x + 12x = 480$$

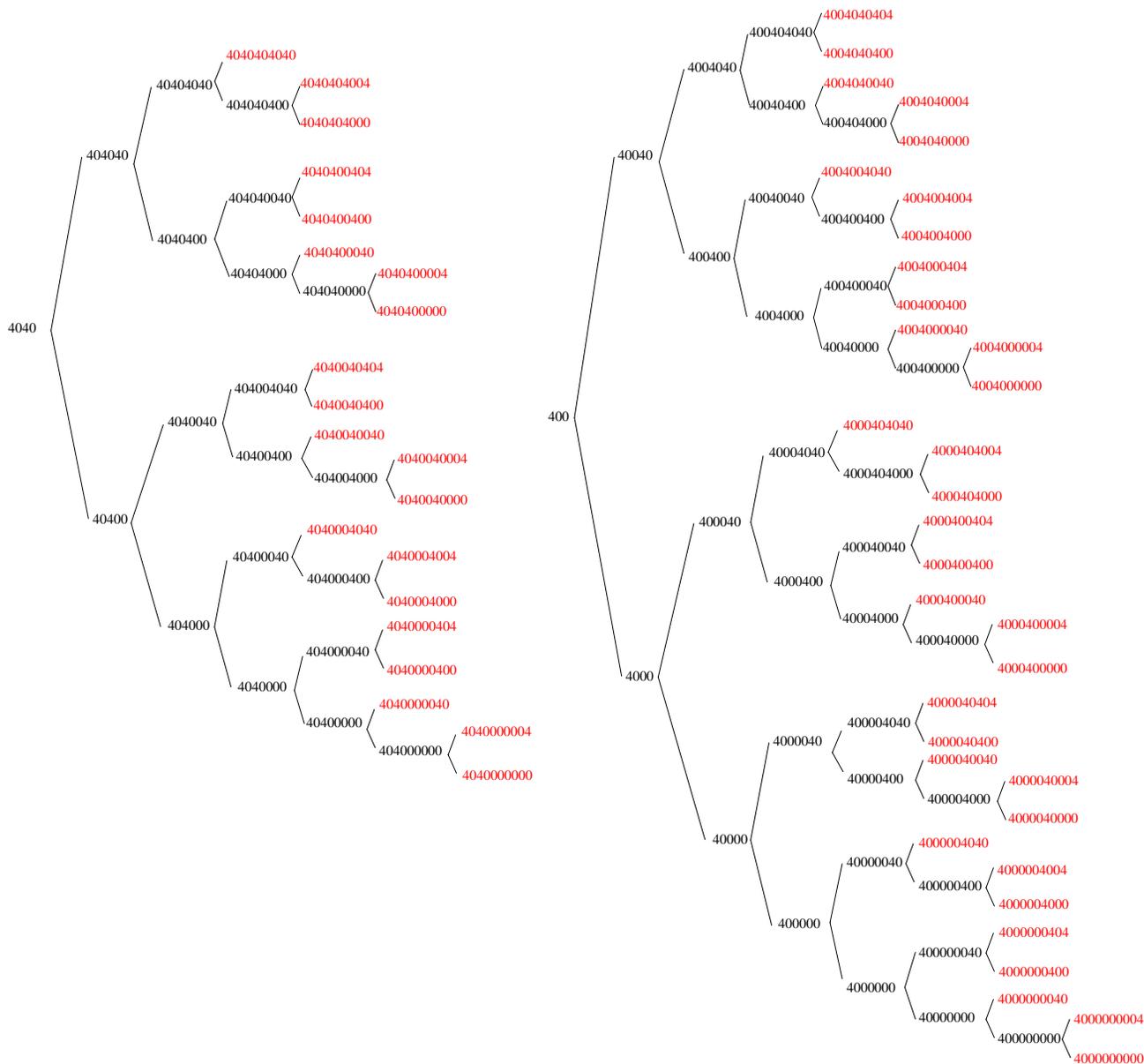
resolviendo  $x = 6$  y el área sombreada es igual a  $12 \times 12 = 144$

4. Luis usa ceros y cuatros para construir números de 10 cifras, tal que no hayan cuatros consecutivos, es decir juntos. ¿Cuántos números construye Luis?

**Solución:** Observemos que el número tiene la forma:  $40 \square \square \square \square \square \square \square$

y a continuación llenamos los lugares vacíos con 40 ó 0, pero sin cuatros juntos entonces tenemos

el siguiente diagrama:



Entonces hay 55 números

