

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON

Facultad de Ciencias y Tecnología_ ▼ Departamento de Matemáticas ▼_ Fecha: 24 de junio de 2017

XVI OLIMPIADA DE MATEMÁTICA "GAUSS"

NIVEL 3

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

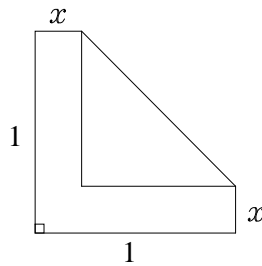
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Colegio/ Num. telefónico domicilio

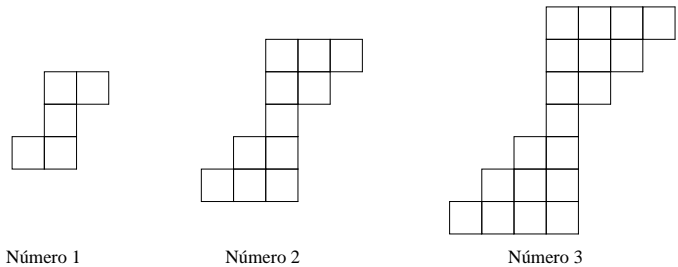
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas. Prohibido copiar

1. En la siguiente figura, si el área de la figura con forma de L es igual a del triángulo, halle el valor de x



2. En el producto $\underbrace{999 \cdot \dots \cdot 999}_{2017 \text{ cifras}} 899^2$ ¿cuántos nueves aparecen?
3. Dos ciclistas estas separados por 2 km. y van uno hacia el otro, uno va a 9 km/h y el otro a 10km/h. Una mosca vuela a 12 km/h de una bicicleta a la otra, volviendo hacia la primera y así sucesivamente, hasta que los ciclistas se encuentran. Que distancia en kilometros viajó la mosca?
4. Se tiene tres torres las cuales se construyen usando palitos de fosforo, la torre número 1, se construye con 16 palitos, la torre número 2 usa 32 palitos y la torre número 3 usa 52 palitos. Con 2017 palitos se construye la torre más grande posible, ¿que número de torre es esta torre y cuántos palitos sobran?

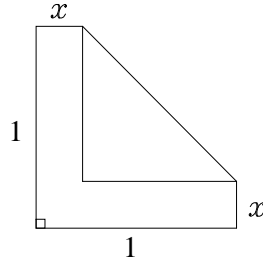


Número 1 Número 2 Número 3



Soluciones XVI Olimpiada Matemática GAUSS - 2017, nivel 3
 Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. En la siguiente figura, si el área de la figura con forma de L es igual a del triángulo, halle el valor de x



Solución:

Se tiene

$$x^2 + 2x(1 - x) = \frac{1}{2}(1 - x)^2$$

resolviendo tenemos $x = 1 - \frac{\sqrt{6}}{3}$

2. En el producto $\underbrace{999 \dots 999899^2}_{2017 \text{ cifras}}$ ¿cuántos nueves aparecen?

Solución:

Estudiemos algunos casos:

$$99899^2 = 9979810201$$

$$999899^2 = 999798010201$$

$$9999899^2 = 99997980010201$$

$$99999899^2 = 9999979800010201$$

$$999999899^2 = 999999798000010201$$

$$9999999899^2 = 99999997980000010201$$

de donde se deduce que

$$\underbrace{999 \dots 999899^2}_{2017 \text{ cifras}}$$

tiene $2017 - 3 + 1 = 2015$ nueves.

3. Dos ciclistas están separados por 2 km. y van uno hacia el otro, uno va a 9 km/h y el otro a 10 km/h. Una mosca vuela a 12 km/h de una bicicleta a la otra, volviendo hacia la primera y así sucesivamente, hasta que los ciclistas se encuentran. ¿Que distancia en kilómetros viajó la mosca?

Solución:

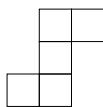
Sea x la distancia en que los ciclistas se encuentran, entonces

$$\frac{x}{9} = \frac{2 - x}{10}, \quad x = \frac{18}{19} \text{ km}$$

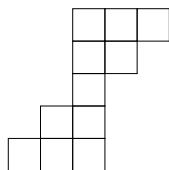
y el tiempo para ello es $t = \frac{2}{19} \text{ h}$, y así la distancia que vuela la mosca es $d = 12 \left(\frac{2}{19}\right) = \frac{24}{19} \text{ km}$.

4. Se tiene tres torres las cuales se construyen usando palitos de fósforo, la torre número 1, se construye con 16 palitos, la torre número 2 usa 32 palitos y la torre número 3 usa 52 palitos. Con 2017 palitos se construye la torre más grande posible, ¿que número de torre es esta torre y cuántos

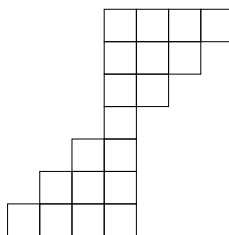
palitos sobran?



Número 1



Número 2



Número 3

Solución:

Observemos

1ra. $4 + 2 \times 6$

2da. $4 + 2 \times 6 + 2 \times 8 = 4 + 4(3 + 4)$

3ra. $4 + 2 \times 6 + 2 \times 8 + 2 \times 10 = 4 + 4(3 + 4 + 5)$

4ta. $4 + 2 \times 6 + 2 \times 8 + 2 \times 10 + 2 \times 12 = 4 + 4(3 + 4 + 5 + 6)$

en el caso n -ésimo se usan $4 + 4(3 + 4 + 5 + \dots + (n + 2))$ palitos, como $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$, de donde $3 + 4 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1) - 3 = \frac{n^2 + n - 6}{2}$ y en nuestra caso con n igual a $n + 2$, tenemos

$$4 + 4 \frac{(n + 2)^2 + n + 2 - 6}{2} = 2n^2 + 10n + 4$$

ahora para algún n se tendrá un número próximo a 2017, ensayando encontramos que $n = 29$ (el número de torre) y así se usan $2 \times 29^2 + 290 + 4 = 1976$ palitos sobrando 41.

