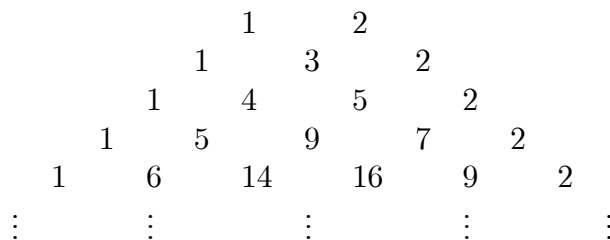


Facultad de Ciencias y Tecnología ▼ Departamento de Matemáticas ▼ Fecha: 27 de agosto de 2016

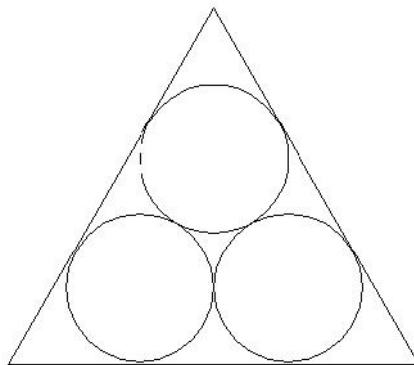
3^{ro} de secundaria[illegible][illegible]

1. Se tienen los siguientes números: 2^{5555} , 3^{3333} y 6^{2222} , ordene estos números de mayor a menor.
2. Cada fila empieza con 1 y termina con 2, los números que no son 1 ni 2 son suma de dos inmediatos anteriores uno izquierdo y el otro derecho, por ejemplo en la quinta fila el 14 es suma de 5 y 9 de la cuarta fila. Si continuamos este esquema de números halle, la fila en que aparece 2016.



- 122444488888881616161616...

4. Suponga que tres círculos de radio r se ponen dentro un triángulo tal que todos son tangentes entre si y cuando dos círculos son tangentes a los lados del triángulo, ver figura. ¿Cuál es el área del triángulo?



Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. Se tienen los siguientes números: 2^{5555} , 3^{3333} y 6^{2222} , ordene estos números de mayor a menor.

Solución:

Observe que $2^{5555} = (2^5)^{1111}$, $3^{3333} = (3^3)^{1111}$ y $6^{2222} = (6^2)^{1111}$ de manera que basta ordenar las bases de mayor a menor. Entonces como $6^2 > 2^5 > 3^3$, tenemos

$$6^{2222} > 2^{5555} > 3^{3333} \quad \clubsuit$$

2. Cada fila empieza con 1 y termina con 2, los números que no son 1 ni 2 son suma de dos inmediatos anteriores uno izquierdo y el otro derecho, por ejemplo en la quinta fila el 14 es suma de 5 y 9 de la cuarta fila. Si continuamos este esquema de números halle, la fila en que aparece 2016.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
& & & & 1 & & 2 & & & & \\
& & & 1 & & 3 & & 2 & & & \\
& & 1 & & 4 & & 5 & & 2 & & \\
& 1 & & 5 & & 9 & & 7 & & 2 & \\
1 & & 6 & & 14 & & 16 & & 9 & & 2 \\
\vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots & & \vdots
\end{array}$$

Solución:

Claramente $2016 = 1 + 2015$ luego 2016 es el segundo de la fila 2015. ♣

3. Se ponen las potencias de dos una tras otra y en número igual a dicha potencia y se construye el siguiente número:

1224444888888881616161616...

que dígito ocupa el lugar 2016?

Solución:

Observemos el numero de dígitos de las potencias de 2:

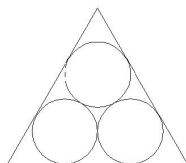
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de dígitos de 2^n	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3

sumamos los dígitos de las potencias sin pasar de 2016 y obtenemos

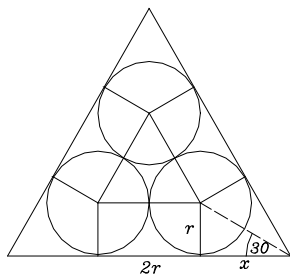
$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 \cdot 2 + 2^5 \cdot 2 + 2^6 \cdot 2 + 2^7 \cdot 3 + 2^8 \cdot 3 = 1391$$

observe que si sumamos la siguiente potencia, obtenemos 2927, suma que pasa 2016. Entonces faltan $2016 - 1391 = 625$ dígitos, como estos corresponden a las $2^9 = 512$ entonces dividiendo $625 = 512 \times 3 + 1$ lo que indica la cifra de posición 2016 es 5. ♣

4. Suponga que tres círculos de radio r se ponen dentro un triángulo tal que todos son tangentes entre si y cuando dos círculos son tangentes a los lados del triángulo, ver figura. ¿Cuál es el área del triángulo?



Solución:



Por la simetría de la figura se trata de un triángulo equilátero y así $x = \frac{r}{\tan(30)} = \sqrt{3}r$ de donde el lado del triángulo es $l = (2\sqrt{3} + 2)r$ y entonces su área es:

$$A = \frac{\sqrt{3}l^2}{4} = \frac{1}{2} (3 + \sqrt{3}) r^2 \quad \clubsuit$$

