

Facultad de Ciencias y Tecnología_ ▼ Departamento de Matemáticas ▼_Fecha: 7 de octubre de 2016

7ma. OLIMPIADA DE MATEMÁTICA **GALOIS**- 2016
5^{to} de SECUNDARIA

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

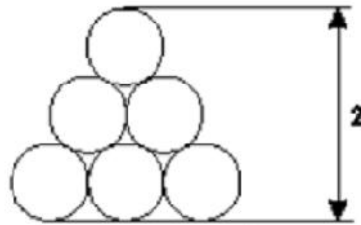
[illegible]

Colegio/ Num. telefónico domicilio

[illegible]

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y **justifique sus respuestas**.
Prohibido copiar

1. Una calculadora defectuosa no muestra el dígito 3, por ejemplo si escribimos en número 3131 la calculadora muestra 11 sin espacios entre estos dígitos. José escribe un número de 6 cifras en esta calculadora, pero lo que la calculadora muestra es 2016. ¿Cuántos números pudo José haber escrito?
2. El número $A = 111...111$ esta formado por 2016 unos. Cuál es la suma de los dígitos del producto $2016 \times A$.
3. El triángulo de círculos en la figura esta formado por círculos del mismo radio r , la altura de este triángulo es 2, halle el radio r .



4. Sean $\frac{1}{a+b}$, $\frac{1}{b+c}$ y $\frac{1}{c+a}$ tres números en progresión aritmética. Probar que b^2 , a^2 y c^2 también están en progresión aritmética.



Soluciones 7ma. Olimpiada Matemática GALOIS - 2016, nivel 5
Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. Una calculadora defectuosa no muestra el dígito 3, por ejemplo si escribimos en número 3131 la calculadora muestra 11 sin espacios entre estos dígitos. José escribe un número de 6 cifras en esta calculadora, pero lo que la calculadora muestra es 2016. ¿Cuántos números pudo José haber escrito?

Solución:

323016	230136	332016
230316	203163	233016
203136	320136	203316
201363	230163	201336
320316	320163	201633

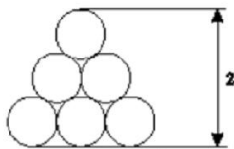
hay 15 posibles números que pudo haber escrito José.

2. El número $A = 111...111$ esta formado por 2016 unos.Cuál es la suma de los dígitos del producto $2016 \times A$.

Solución:

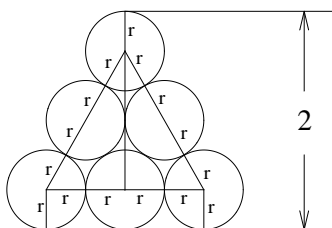
Multiplicando $1111...111 \times 2016 = 223999\underbrace{\dots 999}_{2010 \text{ nueves}}776$, de donde la suma de los dígitos de $A \times 2016$ es $2010 \times 9 + 27 = 18117$

3. El triángulo de círculos en la figura esta formado por círculos del mismo radio r , la altura de este triángulo es 2, halle el radio r .



Solución:

De acuerdo a la figura se tiene que la altura del triángulo equilátero más $2r$ es igual a 2, es decir



$$\frac{\sqrt{3}}{2}4r + 2r = 2 \text{ de donde } r = \frac{2}{2\sqrt{3} + 1}$$

4. Sean $\frac{1}{a+b}$, $\frac{1}{b+c}$ y $\frac{1}{c+a}$ tres números en progresión aritmética. Probar que b^2 , a^2 y c^2 también estan en progresión aritmética.

Solución:

Como $\frac{1}{a+b}$, $\frac{1}{b+c}$ y $\frac{1}{c+a}$ tres números en progresión aritmética, entonces

$$\frac{1}{b+c} - \frac{1}{a+b} = \frac{1}{c+a} - \frac{1}{b+c}$$

simplificando se tiene

$$a^2 - c^2 = b^2 - a^2$$

o lo que es lo mismo

$$b^2 - a^2 = a^2 - c^2$$

de donde se sigue que b^2 , a^2 y c^2 también estan en progresión aritmética.

