

Facultad de Ciencias y Tecnología\_ ▼ Departamento de Matemáticas ▼\_ Fecha: 27 de agosto de 2016

---

XV OLIMPIADA DE MATEMÁTICA “GAUSS”
1<sup>ro</sup> de secundaria

[illegible][illegible]

**Recomendaciones:** Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y justifique sus respuestas. Pregunta sin desarrollo será anulada Prohibido copiar

1. El siguiente número decimal  $0.37\overline{027}$  puede expresarse en la forma  $\frac{m}{n}$  donde  $m$  y  $n$  son primos relativos. Halle  $n - m$
2. ¿Cuántos triángulos cuyos lados sean números enteros, existen si el lado mayor es 6? (más de un lado puede medir 6)
3. ¿Cuál el dígito de la unidades en el número  $13^{13}$ ?
4. Un número se llama interesante si la última cifra es igual a la suma de las otras y todas las cifras son diferentes. ¿Cuántos números interesantes de cinco cifras existen? ( si  $abcde$  es interesante entonces  $a = b + c + d + e$ ).
5. Los 26 niños de una clase de 5º hacen una visita a un museo y para cruzar una calle van de dos en dos. Estas parejas están numeradas del 1 al 13. Una pareja que esté numerada con un número impar está formada por una niña y un niño; y una pareja que esté numerada con un número par está formada por dos niños. ¿Cuántas niñas hay en esa clase?



Soluciones XIII Olimpiada Matemática GAUSS - 2014, nivel 1  
Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. El siguiente número decimal  $0.37\overline{027}$  puede expresarse en la forma  $\frac{m}{n}$  donde  $m$  y  $n$  son primos relativos. Halle  $n - m$

**Solución:**

$$0.37\overline{027} = \frac{m}{n}$$

$$37.027027027... = \frac{100m}{n}$$

$$37027.027027... = \frac{100000m}{n}$$

$$36990 = \frac{99900m}{n}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{137}{370}$$

de donde  $n - m = 233$ . ♣

2. ¿Cuántos triángulos cuyos lados sean números enteros, existen si el lado mayor es 6? (más de un lado puede medir 6)

**Solución:**

Existen 12 triángulos buscados los cuales tienen lados:

6,1,6	6,2,5	6,2,6	6,3,4	6,3,5	6,3,6
6,4,4	6,4,5	6,4,6	6,5,5	6,5,6	6,6,6

♣

3. ¿Cuál el dígito de la unidades en el número  $13^{13}$ ?

**Solución:**

Estudiemos las potencias de tres:

$$\begin{aligned} 3^1 &= 3 \\ 3^2 &= 9 \\ 3^3 &= 27 \\ 3^4 &= 81 \\ 3^5 &= 3 \\ &\vdots \end{aligned}$$

así estas potencias son cíclicas de cuatro en cuatro, entonces  $13^{13}$  tiene como dígito de las unidades a 3. ♣

4. Un número se llama interesante si la última cifra es igual a la suma de las otras y todas las cifras son diferentes. ¿Cuántos números interesantes de cinco cifras existen? ( si  $abcde$  es interesante entonces  $a = b + c + d + e$ ).

**Solución:**

Observemos que

$a$	$= b + c + d + e$
6	$= 0 + 1 + 2 + 3$
7	$= 0 + 1 + 2 + 4$
8	$= 0 + 1 + 2 + 5$
8	$= 0 + 1 + 3 + 4$
9	$= 0 + 2 + 3 + 4$
9	$= 0 + 1 + 2 + 6$
9	$= 0 + 1 + 3 + 5$

cada caso, por ejemplo 60123 genera 24 números, a saber:

60123	60132	60312	63012
60213	60231	60321	63021
62013	62031	62301	63201
61023	61032	61302	63102
61203	61230	61320	63120
62103	62130	62310	63210

por lo que en total existen  $24 \times 7 = 168$  números amigos. ♣

**5.** Los 26 niños de una clase de 5° hacen una visita a un museo y para cruzar una calle van de dos en dos. Estas parejas están numeradas del 1 al 13. Una pareja que esté numerada con un número impar está formada por una niña y un niño; y una pareja que esté numerada con un número par está formada por dos niños. ¿Cuántas niñas hay en esa clase?

**Solución:**

Como hay 7 parejas enumeradas con un número impar, entonces hay 7 niñas. ♣

