

Facultad de Ciencias y Tecnología_ ▼ Departamento de Matemáticas ▼_Fecha: 7 de octubre de 2016

7ma. OLIMPIADA DE MATEMÁTICA **GALOIS**- 2016
6^{to} de SECUNDARIA

A.Paterno/A.Materno/Nombre(s)

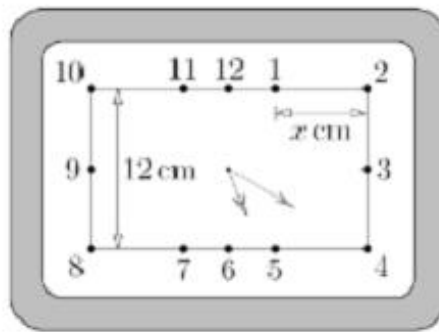
[illegible]

Colegio/ Num. telefónico domicilio

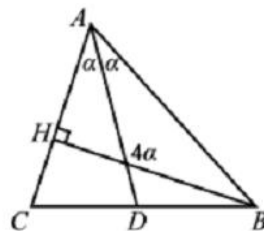
[illegible]

Recomendaciones: Llene sus datos usando letra imprenta en mayúsculas, dejando un espacio en blanco como separación. Lea cuidadosamente cada pregunta y **justifique sus respuestas**.
Prohibido copiar

1. El siguiente es un reloj rectangular en el cual las agujas del minuterero y horero se mueven con velocidad constante, como en un reloj normal. La distancia entre el número 8 y 10 es 12cm y la distancia entre 1 y 2 es x cm, halle x .



2. En la figura se tiene un triángulo ABC en el cual BH es altura a AC y AD es bisectriz del ángulo A . El ángulo entre BH y AD es cuatro veces el ángulo DAB , halle el ángulo CAB



3. Resolver la ecuación:

$$x + \log(1 + 2^x) = x \log(5) + \log(6)$$

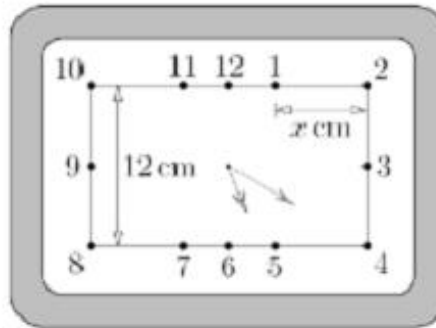
4. Halle la suma

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$$



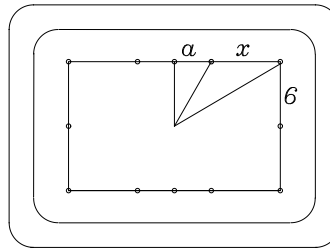
Soluciones 7ma. Olimpiada Matemática GALOIS - 2016, nivel 6
Responsable Mgr. Alvaro Carrasco C.

1. El siguiente es un reloj rectangular en el cual las agujas del minuterero y horero se mueven con velocidad constante, como en un reloj normal. La distancia entre el número 8 y 10 es 12cm y la distancia entre 1 y 2 es x cm, halle x .



Solución:

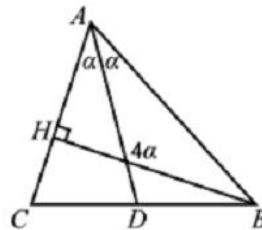
De la figura tenemos:



$$\tan(30) = \frac{6}{a+x} = \frac{a}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

de donde se tiene $a = 2\sqrt{3}$ y $x = 4\sqrt{3}$

2. En la figura se tiene un triángulo ABC en el cual BH es altura a AC y AD es bisectriz del ángulo A . El ángulo entre BH y AD es cuatro veces el ángulo DAB , halle el ángulo CAB



Solución:

Del triángulo rectángulo se tiene $\angle HBA = 90 - 2a$, y en el triángulo ABE , donde E es el punto de intersección de AD y HB , se tiene $a = 30$ y así el $\angle CAB = 2a = 60$.

3. Resolver la ecuación:

$$x + \log(1 + 2^x) = x \log(5) + \log(6)$$

Solución:

$$x \log(10) - x \log(5) = \log(6) - \log(1 + 2^x)$$

$$x \log(2) = \log\left(\frac{6}{1+2^x}\right)$$

$$\log(2^x) = \log\left(\frac{6}{1+2^x}\right)$$

$$2^x = \frac{6}{1+2^x}$$

resolviendo tenemos $2^x = -3$ y $2^x = 2$, de donde $x = 1$.

4. Halle la suma

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}} \\ = & \frac{2\sqrt{1} - 1\sqrt{2}}{4 - 2} + \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{18 - 12} + \frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{4}}{48 - 36} + \cdots + \frac{100\sqrt{99} - 99\sqrt{100}}{100^2 \cdot 99 - 99^2 \cdot 100} \\ = & 1 - \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{4} + \cdots + \frac{1}{99}\sqrt{99} - \frac{1}{100}\sqrt{100} \\ = & 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

